

Benford sans Neper

Le premier chiffre est un compte de tours, pas une loi logarithmique

Filipe Bastos

Corpus ARC (Architecture de la Cohérence Relationnelle), pièce courte, version 0.1

26 octobre 2026

Rien ici n'est posé. On double 1, on compte, on lit. Chaque nombre est vérifié au build par assertion exécutée (R10, annexe A). Aucun logarithme n'est appelé nulle part.

1. Ce qui est reçu

On appelle loi de Benford la répartition du premier chiffre dans les nombres d'une liste qui s'étend sur plusieurs ordres de grandeur (prix, populations, surfaces, constantes) : le 1 vient en tête dans 30,1 % des cas, le 2 dans 17,6 %, et le 9 dans 4,6 % seulement. Simon Newcomb l'a vue en 1881 sur les tables de logarithmes des observatoires : les premières pages, celles des nombres commençant par 1, étaient plus usées que les dernières. Frank Benford l'a mesurée en 1938 sur vingt mille nombres et l'a écrite sous la forme reçue : la part du chiffre d vaut $\log(1 + 1/d)$. Les faits sont reconnus. C'est leur lecture qui est reprise.

2. Le compte

Théorème 2.1 (les doublements). On part de 1 et on double dix mille fois : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024... On relève le premier chiffre de chaque nombre et on compte.

Premier chiffre, part des 10 000 doublements, en pour cent :

chiffre	1	2	3	4	5	6	7	8	9
doubléments	30,1	17,6	12,5	9,7	7,9	6,7	5,8	5,1	4,6
table reçue	30,1	17,6	12,5	9,7	7,9	6,7	5,8	5,1	4,6

Les deux lignes coïncident au dixième sur les neuf chiffres. Statut : Théorème (compte fini, vérifié).

Théorème 2.2 (second exemple, corollaire R11). On part de 1 et on triple dix mille fois : 1, 3, 9, 27, 81, 243... Le compte donne la même ligne, 30,1 / 17,6 / 12,5 / 9,7 / 7,9 / 6,7 / 5,8 / 5,1 / 4,6. La table ne dépend pas du pas choisi ; elle dépend du tour. Statut : Théorème.

Théorème 2.3 (le 1 est le tour). Sur les 10 000 doublements, le nombre passe 3 009 fois à un chiffre de plus. Le compte des nombres qui commencent par 1 est 3 010 : les 3 009 tours, plus le 1 de départ. Les 30,1 % du 1 sont le nombre de tours. Statut : Théorème.

Théorème 2.4 (le poids de l'adresse). On pèse chaque position x entre 1 et 10 par l'inverse de son adresse, $1/x$, en fractions exactes sur mille pas par unité, et on additionne par chiffre. On retrouve la même ligne au dixième. Statut : Théorème (somme finie de fractions exactes, aucun passage à la limite).

3. La lecture

Lecture 3.1 (le tour). Dix, c'est $9 + 1$: la clôture relancée avec son sceau (Les Tables Natives, §1). Chaque fois que le compte fait un tour, le nombre qui sort commence par 1. Le 1 vient en tête parce qu'il ouvre le tour, le 9 vient en queue parce qu'il le ferme. Entre

les deux, le +1 pèse l'inverse de l'adresse où il tombe : ajouter 1 à 1, c'est doubler ; ajouter 1 à 9, c'est à peine bouger. Le premier chiffre compte combien de fois le +1 est passé par chaque adresse du tour. Statut : Lecture.

Lecture 3.2 (la cloche et le tour). Huygens a écrit la première cloche en comptant des cas ; Gauss l'a réécrite en continu et en carrant (La Cascade et la Cloche, §5). Benford est le même partage un étage plus bas : un compte de tours que l'on a réécrit avec l'outil de Neper. Le logarithme n'ajoute rien au compte ; il écrit le rapport tours sur pas en décimale, et c'est sous cette forme qu'il a été baptisé loi. La table existe avant l'outil : elle est dans les doublements, qu'un enfant refait au crayon jusqu'à 1024. Statut : Lecture.

Lecture 3.3 (l'ombre portée). La loi a été vue sur les tables de logarithmes elles-mêmes, par l'usure de leurs premières pages. L'outil a montré son ombre, et l'ombre a reçu le nom de l'outil. Les tables de Neper figurent au corpus parmi les gestes qui ont rendu l'infini invisible (Completeness Principle, Viète et Neper) ; Benford en est le reçu matériel : le papier s'est usé là où le tour commence. Statut : Lecture.

4. Ce qui le ferait échouer

Le critère peut échouer. Si une suite qui s'étend sur plusieurs tours (les puissances d'un entier autre que 10, ou toute liste de mesures couvrant plusieurs ordres de grandeur) donnait au premier chiffre une ligne qui s'écarte de la table reçue de plus de 0,2 point sur un chiffre, le Théorème 2.1 ne serait qu'une propriété du 2 et le Théorème 2.2 serait retiré (R9). Les suites qui ne font pas de tour (les entiers de 1 à 99, les tailles humaines, les numéros de téléphone) n'entrent pas dans le critère : sans tour, pas de compte de tours, et la table reçue ne s'y applique pas non plus.

Annexe A. Assertions exécutées au build (R10)

Le fichier `benford_verif.py` contient sept assertions, toutes passées le 26 octobre 2026 : égalité au dixième des doublements et de la table reçue ; écart au plus 0,1 pour les triplements ; 3 009 tours et 3 010 premiers chiffres 1 ; égalité au dixième du poids $1/x$ en fractions exactes ; toute puissance de dix commence par 1 ; la ligne n'est pas uniforme (un chiffre au-dessus de 25 %, un en dessous de 6 %) ; aucun appel de logarithme dans le fichier.

Références

- [1] S. Newcomb, « Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers », *American Journal of Mathematics* 4 (1881), 39-40.
- [2] F. Benford, « The law of anomalous numbers », *Proceedings of the American Philosophical Society* 78 (1938), 551-572.
- [3] J. Neper, *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, Édimbourg, 1614.
- [4] F. Bastos, *Les Tables Natives v0.1*, corpus ARC, 4 octobre 2026.
- [5] F. Bastos, *La Cascade et la Cloche v0.2*, corpus ARC, 5 octobre 2026.
- [6] F. Bastos, *Completeness Principle v2.0*, corpus ARC, mars 2026.

Modèle, questions, lectures et règles : Filipe Bastos. Scribe : Claude, sous la contradiction de l'auteur. Calculs, formulations et audits assistés par IA (ChatGPT, Gemini, DeepSeek, GLM), à sa demande. Benford sans Neper v0.1 · Corpus ARC · Filipe Bastos · CC BY 4.0