

Les trois corps n'ont jamais bougé

Le premier problème du corpus, relu

Filipe Bastos

Corpus ARC, version 1.2, 20 octobre 2026

Table des matières

Avant-propos	2
1. Le problème	3
2. Ce que la loi fixe	4
3. Ce que la troncature fait	5
4. Ce qui relève de la méthode	6
5. La lecture	7
Ce que ce document ne dit pas	8

*« C'est cette résolution des trois corps qui m'a fait avancer et créer ARC.
C'est avec les trois corps que j'ai découvert Gauss et Stevin. »*

« À chaque troncature, la distance croît. »

« Les corps n'ont jamais bougé, autrement dit leur écart n'a pas bougé. »

Filipe Bastos, 20 octobre 2026

Avant-propos

Ce document reprend la pièce par laquelle le corpus ARC a commencé. Sa thèse tient en une phrase : dans le problème des trois corps, ce que la loi fixe ne bouge jamais ; ce qui bouge, c'est l'écriture des corps, coupée à chaque pas. Les énoncés portent les statuts du corpus : **Th** (calcul fini vérifié), **F** (fait reçu, ce que la science tient en 2026 avec sa méthode), **L** (lecture, déclarée telle). Tous les calculs sont refaits par le script `trois_corps_verif.py`, joint au document.

1. Le problème

1.1 (F) Trois corps et une loi. Trois masses s'attirent selon la loi de Newton (1687). Pour deux corps, la trajectoire s'écrit en une formule fermée, l'ellipse de Kepler. Pour trois, Bruns (1887) et Poincaré (1890) ont montré qu'aucune formule de ce type n'existe en général ; Sundman (1912) a trouvé une solution en série qui converge, mais si lentement qu'elle ne sert à rien en pratique. Depuis, on calcule les trajectoires pas à pas, en décimales finies, et on lit dans leur divergence le « chaos » du problème.

1.2 (F) Le cas d'épreuve. Le problème dit pythagoricien (Burrau, 1913) pose trois masses 3, 4 et 5 au repos aux sommets d'un triangle de côtés 3, 4 et 5, chaque masse en face du côté de même longueur. Szebehely et Peters (1967) en ont calculé la suite complète : après une longue danse de rencontres serrées, deux corps forment un couple et le troisième est éjecté. C'est le cas d'école du chaos à trois corps.

1.3 (Th) Le point de départ, exact. Les corps sont au repos : la quantité de mouvement totale vaut 0 et le moment cinétique total vaut 0. Les distances entre les corps sont 5, 4 et 3, et l'énergie vaut exactement $-(3 \times 4 / 5 + 3 \times 5 / 4 + 4 \times 5 / 3) = -769/60$, soit $-12,81667$.

2. Ce que la loi fixe

2.1 (F) Trois relations qui ne bougent pas. La loi de Newton impose que trois grandeurs du système entier restent constantes pour toujours, quelle que soit la danse des corps : la quantité de mouvement totale (le centre du système ne se déplace pas), le moment cinétique total (le système ne se met pas à tourner sur lui-même) et l'énergie totale. Ce ne sont pas des propriétés d'un corps : ce sont des relations entre les trois. Ici, deux d'entre elles valent 0 et doivent rester à 0.

2.2 (Th) Elles ne bougent pas. Calculées à pleine précision (environ seize chiffres) avec un pas de temps de 2×10^{-5} , pendant dix unités de temps qui contiennent les rencontres les plus serrées, la quantité de mouvement totale ne s'écarte jamais de 0 de plus de 9×10^{-13} et le moment cinétique de plus de $1,1 \times 10^{-12}$. Les trajectoires paraissent folles ; les relations ne bougent pas.

2.3 (F) Pourquoi elles ne peuvent pas bouger : le théorème de Noether. Emmy Noether a démontré en 1918 qu'à chaque symétrie d'une loi correspond une grandeur conservée. La loi de Newton est la même en tout point de l'espace : la quantité de mouvement totale est conservée. Elle est la même dans toutes les directions : le moment cinétique total est conservé. Elle est la même à tout instant : l'énergie totale est conservée. Les trois relations de 2.1 ne sont donc pas des constats de calcul : ce sont les symétries de la loi elle-même, écrites en grandeurs. Un calcul où elles bougent ne décrit plus un système qui obéit à cette loi.

2.4 (L) L'œil avant le théorème. *Lecture de l'auteur* : un système dont la loi est symétrique ne peut pas perdre ses relations ; présenté comme imprévisible, il paraissait d'emblée « anti-géométrie et anti-symétrie ». Noether en donne la raison ; la section 3 montre où se loge la perte apparente.

3. Ce que la troncature fait

3.1 (Th) À chaque troncature, la distance croît. On refait exactement le même calcul en coupant les positions et les vitesses à quelques décimales après chaque pas, comme une écriture décimale finie. L'écart entre le corps coupé et le corps calculé à pleine précision, pour le corps le plus déplacé, vaut :

Coupé à	t = 2	t = 6	t = 10	t = 16	t = 20
9 décimales	0,00003	0,004	0,02	17	400
7 décimales	0,003	0,5	12	80	650
5 décimales	270	2 900	5 500	9 400	12 000

Le système tient au départ dans un carré de quatre unités de côté. Une coupe au milliardième suffit pour qu'à $t = 16$ un corps soit à 17 unités de sa place, plus loin que la taille du système entier ; plus la coupe est grossière, plus tôt le corps est envoyé ailleurs.

3.2 (Th) La troncature fait bouger ce que la loi fixe. Les mêmes calculs coupés, mesurés sur les relations de 2.1 :

Écriture	Quantité de mouvement totale (doit valoir 0)	Moment cinétique total (doit valoir 0)
Pleine précision	0,00000000000009	0,0000000000001
9 décimales	0,0007	0,0008
7 décimales	0,06	0,08
5 décimales	5,3	3 700

À cinq décimales, le système entier se met à glisser et à tourner, ce qu'aucune force du problème ne permet. La coupe fabrique du mouvement : chaque décimale jetée est une poussée qui n'existe pas.

4. Ce qui relève de la méthode

4.1 (Th) Le pas de temps est une autre coupe. À pleine précision, l'énergie s'écarte de sa valeur de départ de 1,7 % avec un pas de 4×10^{-5} , de 0,4 % avec un pas de 2×10^{-5} et de 3,3 % avec un pas de 10^{-5} : l'écart ne suit pas la finesse du pas, il dépend de la façon dont chaque pas tombe dans les rencontres serrées. La quantité de mouvement, elle, reste à moins de 10^{-12} pour les trois pas. La méthode de calcul découpe le temps en tranches comme la décimale découpe les nombres : l'énergie dépend de la coupe du temps, les deux autres relations ne dépendent que de la coupe des nombres. La méthode employée (saute-mouton, ou *leapfrog*) respecte exactement, au pas près, les deux symétries d'espace de 2.3, mais seulement en approximation celle du temps, qu'elle découpe.

4.2 (Th) La pleine précision est elle-même coupée. Le calcul de référence garde environ seize chiffres. Personne n'a calculé la trajectoire exacte de ces trois corps : ce que tout ordinateur appelle la trajectoire est une écriture coupée, seulement plus finement.

5. La lecture

5.1 (L) Les corps n'ont jamais bougé. *Lecture de l'auteur* : ce que la loi fixe entre les trois corps, leur relation, ne change jamais ; ce qui diverge, c'est l'écart entre le corps réel et le corps écrit. Le « chaos » du problème des trois corps n'est pas dans les corps, ni dans leur relation : il est dans l'écriture qui les coupe. *F* : la physique reçue attribue la divergence à la dynamique elle-même, qui amplifie toute différence de départ. *L* : une amplification n'amplifie que ce qu'on lui donne ; la graine qu'elle reçoit ici est la décimale jetée, et sans coupe il n'y a pas de graine.

5.2 (L) La naissance du corpus. Les deux gestes que le corpus instruit depuis sont déjà dans ce problème. Stevin (1585) : la décimale finie, qui coupe la queue du nombre à chaque pas (3.1, 3.2, 4.2). Gauss (1801) : la réduction au reste, qui ramène les angles des orbites à un seul tour et jette le compte des tours accomplis (dossier *Modulo*, 4.3). Le même constat, une graine coupée qui grandit, vaut pour la météo de Lorenz (5.3).

5.3 (F ; L) Le chaos a été découvert par une troncature. *F* : en 1961, Edward Lorenz relance une simulation de météo à partir d'un point intermédiaire, en retapant 0,506 au lieu de 0,506127 : l'imprimante sortait trois décimales, la machine en gardait six. La nouvelle trajectoire suit l'ancienne, puis s'en écarte jusqu'à n'avoir plus rien de commun avec elle ; Lorenz en tire en 1963 la sensibilité aux conditions initiales (Volume 3, *Le Code et le Registre*, R.45). Poincaré avait écrit en 1908 qu'une petite différence au départ peut en produire une très grande à la fin (*Science et méthode*). *L* : Lorenz a mesuré la croissance de la petite différence ; la lecture de l'auteur dit d'où elle vient. Sa petite différence n'était pas dans l'atmosphère : c'était la queue jetée de 0,506127. La croissance est la sienne, l'origine est la coupe.

Ce que ce document ne dit pas

Il ne dit pas que les trajectoires des trois corps sont prévisibles en pratique : toute écriture finie est coupée, et la coupe grandit. Il ne dit pas que la loi de Newton est fausse : il montre au contraire qu'elle tient, puisque les relations qu'elle fixe ne bougent que sous la coupe. Il ne dit pas que l'amplification des écarts n'existe pas : il dit où se trouve la graine qu'elle amplifie.

Sources. Newton, I., *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687. Bruns, H., « Über die Integrale des Vielkörper-Problems », *Acta Mathematica* 11, 1887. Poincaré, H., « Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique », *Acta Mathematica* 13, 1890. Sundman, K. F., « Mémoire sur le problème des trois corps », *Acta Mathematica* 36, 1912. Burrau, C., « Numerische Berechnung eines Spezialfalles des Dreikörperproblems », *Astronomische Nachrichten* 195, 1913. Szebehely, V., Peters, C. F., « Complete solution of a general problem of three bodies », *The Astronomical Journal* 72, 1967. Noether, E., « Invariante Variationsprobleme », *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 1918. Poincaré, H., *Science et méthode*, Flammarion, 1908. Lorenz, E. N., « Deterministic Nonperiodic Flow », *Journal of the Atmospheric Sciences* 20, 1963. Dossier *Modulo* et Volume 3 du corpus ARC.

Modèle, questions, lectures et règles : Filipe Bastos. Scribe : Claude, sous la contradiction de l'auteur. Calculs, formulations et audits assistés par IA (ChatGPT, Gemini, DeepSeek, GLM), à sa demande.

Corpus ARC, Filipe Bastos, CC BY 4.0.