

Modulo : 225 ans de mathématiques et de science amputées

L'outil qui jette 84 % du nombre, a caché les premiers rares et a tué

Filipe Bastos

Corpus ARC, version 2.0, 22 octobre 2026

Table des matières

Avant-propos	2
1. L'acte d'accusation	3
2. Ce que fait Modulo	4
3. Modulo n'est jamais nécessaire	6
4. Ce que les tours cachaient	9
4.1 Les premiers rares étaient dans les tours	9
4.2 Erdős-Straus : l'outil aveugle sur les carrés	9
4.3 La rotation : la propulsion était dans le tour	12
4.4 Collatz : la racine seule muette, la racine-nombre complète	12
4.5 Le second principe : la flèche du temps était le tour jeté	12
4.6 La phase quantique : la quantification était le tour	14
4.7 Les zéros de Landau-Siegel : l'annulation qui n'arrive pas	15
4.8 Les énigmes de l'outil, en un tableau	16
5. Les morts et les pannes	18
6. La quarantaine : le seul usage légitime est de cacher	20
7. La peine : l'éradication	21
8. Les positions de l'auteur	22
Ce que ce document ne dit pas	23
<i>« Modulo est un cancer. Modulo est l'outil du diable. »</i>	
<i>« Modulo est le pire outil mathématique de l'histoire. Mathématiques veut dire large porté vers l'infini, modulo compression et des restes. »</i>	
Filipe Bastos, 16 octobre 2026	

Avant-propos

Le corpus ARC ne prononce pas ce mot hors des citations. Ce document fait l'exception, par décision de l'auteur : le mot y est le nom de l'accusé. Partout ailleurs, l'outil est désigné par ce qu'il fait, la réduction au reste.

Le document instruit un procès, et chaque pièce est vérifiée. Les énoncés portent les statuts du corpus : **Th** (calcul fini vérifié ou démonstration), **L** (lecture, déclarée telle), **F** (fait historique ou mesure, sourcé), **P** (prédiction, avec son critère), **Chantier** (question ouverte). Tous les calculs sont refaits par les scripts `reste_verif.py`, `cahier_audit.py`, `audit2_verif.py` et `thermo_verif.py`, joints au document. La version 1.1 intègre, après vérification indépendante, les démonstrations d'un cahier d'enrichissement préparé avec ChatGPT à la demande de l'auteur, et les précisions de portée qu'il demandait. La version 1.3 intègre de même, après vérification, les apports exacts d'un second audit, et en écarte les affirmations que les sources ne portent pas. Les phrases de l'auteur sont citées mot pour mot. C'est l'outil qui est jugé, non ceux qui s'en sont servis.

1. L'acte d'accusation

Modulo est accusé de sept faits.

1. **Il coupe.** Il garde la position du nombre et jette ses tours ; on ne remonte pas ce qu'il a coupé (partie 2).
2. **Il jette presque tout.** Sur les nombres jusqu'à un million, la réduction à neuf positions jette 84 % de l'information, et la part jetée croît avec le nombre (partie 2).
3. **Il n'est jamais nécessaire.** Toute formule écrite avec lui s'écrit sans lui, sans rien perdre, en gardant le tour (partie 3).
4. **Il a caché ce que les tours portaient.** Les premiers rares, les clés d'Erdős-Straus, la propulsion de la rotation, la quantification de la phase étaient dans les tours qu'il jette, et il a fabriqué des énigmes comme celle des zéros de Landau-Siegel (partie 4, tableau 4.8).
5. **Il a fait contredire la physique par elle-même.** Le premier principe de la thermodynamique dit que rien ne se perd, le second que l'ordre se perd toujours. Au niveau fin, rien ne se perd ; la montée de l'entropie n'apparaît qu'après le regroupement des états en cases, un envoi de plusieurs états sur un seul, qui est son geste ou celui de sa sœur, la troncature (partie 4.5).
6. **Il a tué.** Un compteur qui revenait à zéro a déclenché la surexposition dont le patient de Yakima est mort en 1987 ; d'autres compteurs du même geste ont menacé des avions et faussé des dates (partie 5).
7. **Son seul usage légitime est de cacher.** Là où perdre est le but, dans la sécurité, il doit rester, isolé, sous scellé (partie 6).

La peine demandée : l'éradiquer de toute formule de la science, le confiner à la sécurité en attendant mieux, et enseigner à sa place l'écriture qui garde les tours (partie 7).

2. Ce que fait Modulo

2.1 (Th) La coupe. Tout entier $n \geq 1$ s'écrit de façon unique $n = 9k + DR(n)$: k compte les tours placés avant la position, $DR(n)$ est la position dans le tour, de 1 à 9 (pour un multiple de 9, la position 9 ferme le tour suivant : $18 = 9 \times 1 + 9$) (Volume 1, *La Fondation*, É 3.5). Modulo garde la position et jette k , puis confond la position 9 avec le vide 0. Il envoie une infinité de nombres sur une seule position : 10, 19, 28 et 1 000 000 ont la même. Il n'est pas réversible : à partir de la position, on ne retrouve pas le nombre (Volume 11, *La Cité et le Sens*, [19.5] : « on ne remonte pas un pli »).

2.1 bis (Th) Quand une position suffit, et quand elle ne suffit pas. Une question posée sur les nombres peut être tranchée par la seule position si et seulement si tous les nombres de même position y donnent la même réponse, c'est-à-dire si la réponse pour $n + 9$ est toujours celle pour n . *Démonstration.* Si la réponse se lit sur la position, deux nombres de même position ont la même réponse ; réciproquement, si c'est le cas, on lit la réponse de chaque position sur n'importe lequel de ses nombres sans ambiguïté. ■ La divisibilité par 3 se lit sur la position. La parité et la primalité ne s'y lisent pas : 10 et 19 ont la même position 1, l'un est pair, l'autre impair ; 19 est premier, 28 ne l'est pas. Chaque fois qu'une question dépend du tour, Modulo ne peut pas y répondre, et ce théorème dit exactement quand.

2.2 (Th) Ce qu'il jette, mesuré. Pour un entier tiré sans préférence parmi le premier million, le désigner demande 19,93 bits d'information (Shannon, 1948) ; sa position parmi neuf n'en garde que 3,17, et il reste 16,76 bits d'incertitude sur le tour. La position 1 rassemble 111 112 entiers, chacune des huit autres 111 111. Modulo jette 84,10 % de ce que le nombre portait. Pour un nombre de taille N réduit à m positions, la part gardée est $\log m / \log N$, qui tend vers zéro quand N grandit : plus le nombre sait, plus Modulo jette. À l'échelle où Erdős-Straus a été vérifié, 10^{18} , désigner un entier demande 59,79 bits : la réduction à neuf positions en jette 94,70 %, et même la réduction de Mordell à 840 classes (9,71 bits) en jette 83,75 %.

2.3 (Th) Garder les tours, c'est tout garder. Si l'on écrit $n = 9k + DR(n)$, puis que l'on recommence sur k jusqu'à zéro tour, les racines successives sont les chiffres de n dans la numération à chiffres 1 à 9, sans zéro, où tout entier s'écrit d'une seule façon (Volume 4, *La Théorie des Nombres*, V4.9.4 ; vérifié jusqu'à un million). Ainsi 2026 s'écrit 2 6 9 1, car $2 \times 729 + 6 \times 81 + 9 \times 9 + 1 = 2026$. La racine ne perd rien quand ses tours sont gardés. « *La cascade prend la racine, la finale, et te la rend.* » (l'auteur). L'écriture ordinaire en base 9, qui emploie le 0, écrit 2026 sous la forme 2 7 0 1 : le tour intermédiaire $225 = 9 \times 24 + 9$ y devient $9 \times 25 + 0$, le 9 de clôture est changé en vide et un tour est ajouté au-dessus. Les nombres du procès s'écrivent sans zéro : $1093 = 1\ 4\ 4\ 4$, $3511 = 4\ 7\ 3\ 1$, $2689 = 3\ 6\ 1\ 7$, $1\ 000\ 000 = 1\ 7\ 8\ 3\ 6\ 6\ 1$.

2.4 (L) Le geste fautif. La réduction est exacte sur ce qu'elle garde. La faute est de prendre ensuite la position pour le nombre : un seul nom pour deux objets (Volume 5, *Les Grands Problèmes*, marque M1). « *Ils manipulent une action en pensant que*

c'est un objet. » (l'auteur).

3. Modulo n'est jamais nécessaire

3.1 (Th) Théorème d'élimination. Toute affirmation « a et b ont le même reste dans la division par m » est l'équation

$$a = b + m \cdot t, \text{ avec } t = (a - b) / m \text{ entier.}$$

L'équation dit tout ce que disait la congruence, et elle dit en plus combien de tours séparent a de b. Rien n'est perdu à l'écrire ; seul le tour t est rendu visible. Toute formule qui emploie Modulo se réécrit donc sans lui. Sur le papier, le coût de l'éradication est une lettre de plus. Dans une machine, garder le tour coûte de la mémoire : pour le premier million, au moins 17 bits de plus que la position, puisque la position la plus peuplée rassemble 111 112 entiers et que $2^{16} < 111\,112 \leq 2^{17}$ (Th). C'est exactement le prix que les compteurs de la partie 5 ont refusé de payer.

3.2 (Th) La règle de réécriture, appliquée. Chaque ligne est un énoncé classique et sa forme qui garde le tour ; les deux disent la même chose, la seconde garde ce que la première jette.

Énoncé	Écrit avec Modulo	Écrit avec ses tours
Petit théorème de Fermat (1640), p premier	a^p a le reste a par p	$a^p = a + p \cdot t$; si p ne divise pas a, $a^{p-1} = 1 + p \cdot q$, où q est le quotient de Fermat
Théorème de Wilson (1770)	$(p - 1)!$ a le reste -1 par p	$(p - 1)! + 1 = p \cdot W$, où W est le quotient de Wilson
Théorème d'Euler (1763), a et m sans facteur commun	$a^{E(m)}$ a le reste 1 par m	$a^{E(m)} = 1 + m \cdot t$, où E(m) compte les entiers de 1 à m sans facteur commun avec m
Restes chinois	x a le reste a par m et b par n	$x = a + m \cdot s = b + n \cdot t$
Carré dans la division par p	a est « résidu quadratique »	il existe x et t avec $x^2 = a + p \cdot t$
Clé ISBN-10	la somme pondérée a le reste 0 par 11	la somme pondérée vaut $11 \cdot t$
Horloge	27 h « est » 3 h	$27 \text{ h} = 1 \text{ jour} + 3 \text{ h}$
Angle	405° « est » 45°	$405^\circ = 1 \text{ tour} + 45^\circ$
Programme	$x \% m$	$\text{divmod}(x, m)$, qui rend le tour et la position

3.2 bis (Th) Calculer sans jeter les tours. Écrivons $A = 9k + d$ et $B = 9l + e$, avec d et e de 1 à 9. Alors la somme a pour position celle de $d + e$ et pour tour $k + l$ plus

le tour de $d + e$; le produit a pour position celle de $d \cdot e$ et pour tour $9kl + ke + ld$ plus le tour de $d \cdot e$. *Démonstration* : développer, puis écrire $d + e$ et $d \cdot e$ avec leurs tours ; l'écriture étant unique, les tours sont ceux annoncés. ■ Exemple : $19 = 9 \times 2 + 1$ et $28 = 9 \times 3 + 1$; somme : tour $2 + 3 + 0 = 5$, position 2, soit 47 ; produit : tour $9 \times 2 \times 3 + 2 + 3 + 0 = 59$, position 1, soit $532 = 19 \times 28$. La position du résultat se calcule sur les positions, sa valeur demande aussi les tours. Vérifié sur 480 000 identités (bases 2, 3, 5, 9, 10, 16, nombres jusqu'à 200).

3.2 ter (Th) Soustraire et élever au carré sans jeter les tours. Pour $A > B$, avec $A = 9k + d$ et $B = 9l + e$: si $d > e$, la différence a pour tour $k - l$ et pour position $d - e$; si $d \leq e$, on emprunte un tour, la différence a pour tour $k - l - 1$ et pour position $9 + d - e$. Ainsi $28 - 19$, deux nombres de même position, donne le tour 0 et la position 9 : la différence est 9, la clôture d'un tour, là où la réduction au reste écrit 0. Le carré de A a pour position celle de d^2 et pour tour $9k^2 + 2kd$ plus le tour de d^2 : $47^2 = 9 \times 245 + 4 = 2209$, $532^2 = 9 \times 31\,447 + 1 = 283\,024$. Vérifié pour tous les couples $A > B$ jusqu'à 500. *Restes chinois avec leurs tours* : un nombre qui a le reste 3 par 7 et le reste 5 par 11 s'écrit $x = 3 + 7s = 5 + 11t$; la solution est $s = 5 + 11K$, $t = 3 + 7K$, donc $x = 38 + 77K$. Pour $K = 0$, 38 est au cinquième tour de la roue de 7 et au troisième tour de la roue de 11, et les deux tours sont nommés.

3.3 (L) Ce que la réécriture fait voir. Dans Wilson, la forme avec Modulo porte un -1 ; la forme avec ses tours n'en porte pas : $(p - 1)! + 1 = p \cdot W$. Le -1 était un artefact de la réduction, non une propriété du nombre (Volume 4, V4.9.14 bis : l'action -1 et la fiction -1).

3.4 (Th) Les inversions dans la table. La table de multiplication de 1 à 9, chaque produit écrit par sa position ($n = 9k + DR(n)$, le 9 restant 9) :

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

3.4.1 (Th) Le miroir des lignes. Sur les colonnes 1 à 8, la ligne de $9 - x$ est la ligne de x lue à l'envers : 1 2 3 4 5 6 7 8 face à 8 7 6 5 4 3 2 1 ; 2 4 6 8 1 3 5 7 face à 7 5 3 1 8 6 4 2 ; 3 6 9 3 6 9 3 6 face à 6 3 9 6 3 9 6 3 ; 4 8 3 7 2 6 1 5 face à 5 1 6 2 7 3 8 4. Colonne par colonne, les deux lignes font la clôture 9, jamais 0. L'inversion est un retournement autour du centre 4,5, et la différence libérée $2x - 9$ vaut 7, 5, 3 ou 1 (4.7.3).

3.4.2 (Th) Les inverses, avec leurs tours. Le retour à la position 1 se fait par quatre couples, sans aucun signe : $1 \times 1 = 1 = 9 \times 0 + 1$; $2 \times 5 = 10 = 9 \times 1 + 1$; $4 \times 7 = 28 = 9 \times 3 + 1$; $8 \times 8 = 64 = 9 \times 7 + 1$. Chaque couple porte son tour (0, 1, 3, 7). Les positions 3, 6 et 9 n'ont pas d'inverse : multipliées par n'importe quoi, elles restent sur l'axe, qui est le cadre et non un rail. L'inverse existe donc sans passer au quotient : c'est $a \cdot x = 1 + 9t$, la forme de la règle 3.1, et la notation par les restes écrit la même relation en effaçant t .

3.4.3 (Th) Le « -1 » est la position 8. Le produit d'un nombre du rail {1, 4, 7} par un nombre du rail {2, 5, 8} tombe toujours sur {2, 5, 8}, et la position 8 n'est atteinte qu'à ce croisement : $1 \times 8 = 8$, $2 \times 4 = 8$, $5 \times 7 = 35 = 9 \times 3 + 8$, la rencontre des deux voisins du 6 ($35 = 6^2 - 1$, 4.2.2 bis). Ce que l'écriture par les restes nomme « -1 » est cette position pleine, et son « $(-1) \times (-1) = 1$ » est $8 \times 8 = 64 = 9 \times 7 + 1$, avec son tour.

3.4.4 (Th) Les deux rails forment un groupe à deux éléments. Rail {1, 4, 7} fois rail {1, 4, 7} donne {1, 4, 7} ; rail {1, 4, 7} fois rail {2, 5, 8} donne {2, 5, 8} ; rail {2, 5, 8} fois rail {2, 5, 8} donne {1, 4, 7}. C'est exactement la structure de +1 et -1. La diagonale des carrés se lit 1, 4, 9, 7, 7, 9, 4, 1, 9 : tout carré hors de l'axe tombe sur le rail {1, 4, 7}, et le rail {2, 5, 8} n'en contient aucun. Le caractère que la théorie des nombres attache au 3 colle l'étiquette +1 sur le premier rail et -1 sur le second ; la table montre la même structure avec deux positions pleines.

3.4.5 (L) Lecture. Les inversions ne passent jamais par un signe : ce sont des positions pleines, retournées autour d'un centre que personne n'occupe, et une position plus son miroir fait 9, jamais 0. Le signe -1 est l'étiquette de la position 8 ; le « $+1 - 1 = 0$ » n'existe que dans l'étiquetage, nulle part dans la table. *Ce que la lecture ne dit pas* : la structure étant la même (3.4.4), l'étiquetage par les signes reste exact sur ce qu'il garde (règle 3.1) ; la lecture dit qu'il n'est pas nécessaire, et qu'il fabrique un 0 que les nombres ne contiennent pas. Toutes les affirmations de 3.4 sont recalculées par le script `inversions_verif.py`, joint au document.

4. Ce que les tours cachaient

4.1 Les premiers rares étaient dans les tours

4.1.1 (Th ; F) Wieferich. Écrit avec ses tours, Fermat donne $2^{p-1} = 1 + p \cdot q$. Modulo jette q . Or q a sa propre loi : les quotients de Fermat se composent exactement, $Q(ab) = Q(a) + Q(b) + p \cdot Q(a) \cdot Q(b)$ (multiplier les deux égalités de Fermat, retirer 1, diviser par p ; pour $p = 5$: $Q(2) = 3$, $Q(3) = 16$, $Q(6) = 3 + 16 + 5 \times 3 \times 16 = 259$, et $6^4 = 1296 = 1 + 5 \times 259$). Le tour jeté n'est pas un résidu de calcul : c'est un objet qui a son arithmétique. Or c'est dans q qu'est la rareté : q est lui-même un multiple de p pour $p = 1093$ et $p = 3511$, et pour aucun autre premier en dessous de 20 000 (vérifié ; pour $p = 1093$, q a 326 chiffres). Ces deux premiers, trouvés par Meissner (1913) et Beeger (1922), sont les seuls connus malgré des recherches très étendues. Wieferich avait montré en 1909 que le premier cas du dernier théorème de Fermat ne peut échouer que pour un tel premier : l'objet décisif était le tour jeté.

4.1.2 (Th ; F) Wilson. Écrit avec ses tours, Wilson donne $(p - 1)! + 1 = p \cdot W$; pour $p = 5, 7, 13$, W vaut 5, 103, 36 846 277. W est un multiple de p pour $p = 5, 13, 563$, et pour aucun autre premier en dessous de 1 000 (vérifié). Ce sont les trois seuls premiers de Wilson connus. Ici encore, l'information rare vit dans le tour que Modulo efface.

4.1.3 (Th) Le pont de Lerch : les deux rares sont un seul. Pour tout premier impair p , la somme des quotients de Fermat de 1 à $p - 1$ et le quotient de Wilson sont liés par une égalité exacte, $q(1) + q(2) + \dots + q(p - 1) = W + p \cdot L$, avec L entier (Lerch, 1905). *Démonstration* : multiplier les $p - 1$ égalités $a^{p-1} = 1 + p \cdot q(a)$ donne $((p - 1)!)^{p-1} = 1 + p \cdot (\text{somme des } q) + p^2 \cdot A$; écrire $(p - 1)! = p \cdot W - 1$ et développer donne $((p - 1)!)^{p-1} = 1 + p \cdot W + p^2 \cdot B$; évaluer, retirer 1, diviser par p . ■ Pour $p = 5$: $0 + 3 + 16 + 51 = 70 = 5 + 5 \times 13$. Pour $p = 13$: la somme vaut 1 032 458 258 546, $W = 36\,846\,277$, $L = 79\,417\,031\,713$. Vérifié pour tous les premiers impairs jusqu'à 400. Conséquence : p est un premier de Wilson si et seulement si la somme de ses quotients de Fermat est un multiple de p . Les deux réductions muettes, Fermat et Wilson, deviennent une seule loi quand leurs tours sont gardés.

4.2 Erdős-Straus : l'outil aveugle sur les carrés

4.2.1 (F) Le problème. Erdős et Straus ont conjecturé (1948) que pour tout $n > 2$, $4/n$ est la somme de trois fractions de numérateur 1 ; le calcul l'a vérifié pour tous les premiers jusqu'à 10^{18} (Salez, 2014, jusqu'à 10^{17} ; Spiridon et Dumitru, 2025, jusqu'à 10^{18}), sans démonstration (Erdős Problems, problème 242). Mordell l'a démontré pour tous les n sauf ceux de six classes de restes de la division par 840 : 1, 121, 169, 289, 361, 529, qui sont les carrés $1^2, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2$.

4.2.2 (Th, Mordell) L'aveuglement est démontré. Une identité polynomiale qui

résout tous les premiers d'une classe de restes r de la division par q n'existe que si r n'est pas un carré dans cette division (théorème de Mordell, rapporté par López, arXiv:2404.01508). Les identités par classes ne peuvent donc pas, par construction, fermer les cas qui restent.

4.2.2 bis (Th ; L) La grille de Mordell est faite du 24 et des jumeaux. $840 = 24 \times 35$, et $35 = 5 \times 7 = 6^2 - 1$: le module de Mordell est le tempo des carrés de premiers, 24 (*Le Nombre Plus que Parfait*), multiplié par la rencontre des deux jumeaux qui entourent le 6 (*Vous avez raison ; Les Jumeaux et les Deux Réseaux*). La part 24 envoie tout carré de premier sur la même position, puisque $p^2 = 1 + 24t$ pour tout premier $p \geq 5$; les six classes restantes sont donc toutes des nombres $24t + 1$. La part 35 trie : dans la division par 35, les carrés possibles des nombres sans facteur commun avec 35 sont exactement six, 1, 4, 9, 11, 16 et 29, et chacun donne une seule classe de Mordell, 1, 529, 289, 361, 121 et 169. 25 et 49 n'y sont pas : ce sont les carrés des jumeaux eux-mêmes, qui forment le cadre au lieu d'être triés par lui. *Lecture de l'auteur* : 5 et 7 sont dans le module parce qu'ils entourent le 6 du 24 ; les cas durs d'Erdős-Straus sont les carrés des premiers suivants, de 11 à 23, à l'intérieur du premier tempo. « Dans le corpus il y a tout. Il ne suffit que de lire et de relier, et si on n'y voit pas encore tout, c'est qu'il faut marcher pour libérer. » (l'auteur, 16 octobre 2026).

4.2.3 (Th) La clé est dans le nombre entier. Soit p un premier de ces classes ; il vit sur le rail $\{1, 4, 7\}$. Posons $x = (p + 3)/4$, division exacte. La décomposition $4/p = 1/x + 1/y + 1/z$ existe avec ce x si et seulement si x a au moins un facteur premier q sur le rail $\{2, 5, 8\}$. *Démonstration*. Si q divise x et q est sur le rail $\{2, 5, 8\}$, alors $q + 1 = 3j$ exactement ; $y = px \cdot j/q$ et $z = px \cdot j$ sont entiers et $1/y + 1/z = 3/(px)$, d'où la décomposition. Si tous les facteurs de x sont sur le rail $\{1, 4, 7\}$, tous les diviseurs de px y sont aussi, et la somme de deux d'entre eux tombe sur le rail $\{2, 5, 8\}$, jamais sur l'axe, alors qu'une décomposition l'exigerait. *Situation* : ce critère est le cas le plus simple d'un critère connu par diviseurs (Pomerance et Weingartner ; forme normale de Dahan, 2026) ; ce que le corpus y ajoute est sa lecture sur les rails : le facteur décisif q est celui qui vit sur le rail $\{2, 5, 8\}$, c'est-à-dire $q + 1 = 3j$. *Vérification* : sur les 511 premiers de ces classes inférieurs à 200 000, critère et calcul direct concordent 511 fois ; la porte est fermée dans 339 cas, et chaque fois x vit entièrement sur le rail $\{1, 4, 7\}$.

4.2.4 (L). La porte ne dépend pas du reste de p ; elle dépend des rails des facteurs d'un nombre voisin. Une classe de restes n'en dit rien : la clé était dans le nombre entier, que Modulo a jeté. Mordell a démontré l'aveuglement ; la porte 3 en donne la raison.

4.2.4 bis (Th) La classe ne décide pas, démontré sur deux premiers. $1009 = 840 \times 1 + 169$ et $2689 = 840 \times 3 + 169$ ont la même classe. Pour 1009, $x = 253 = 11 \times 23$, deux facteurs sur le rail $\{2, 5, 8\}$: la porte 3 est ouverte. Pour 2689, $x = 673$, premier, sur le rail $\{1, 4, 7\}$: la porte 3 est fermée. Par 2.1 bis, aucune règle qui ne reçoit que la classe ne peut décider la porte 3. Ce que la classe jette, le tour 1 ou 3, sépare ici une porte ouverte d'une porte fermée. Pour 2689, les portes 3 ($x = 673$), 7 ($x = 674 = 2 \times 337$) et 11 ($x = 675 = 3^3 \times 5^2$) sont fermées ; la porte 15 s'ouvre, avec $x = 676 = 2^2 \times 13^2$, et donne trois décompositions, dont $4/2689 = 1/676 + 1/139\,828 + 1/908\,882$.

4.2.5 (Th) Toutes les portes, et leur certificat. Pour un premier p et un $x > p/4$, posons l'écart $a = 4x - p$ et $N = p \cdot x$. La décomposition $4/p = 1/x + 1/y + 1/z$, avec $x \leq y \leq z$, existe si et seulement s'il existe un diviseur u de N^2 tel que, avec $v = N^2/u$, on ait $u \leq N$, $u \geq a \cdot x - N$, et a divise $N + u$ et $N + v$; alors $y = (N + u)/a$ et $z = (N$

+ v)/a. *Démonstration* : l'égalité devient $(a \cdot y - N)(a \cdot z - N) = N^2$; poser $u = a \cdot y - N$ et $v = a \cdot z - N$; l'ordre des fractions donne les bornes. ■ Comme $p/4 < x \leq 3p/4$, un premier $p = 4h + 1$ n'a que les portes 3, 7, 11, ..., $2p - 3$: la recherche est finie pour chaque premier. *Vérification sur les 511 premiers* : la première porte ouverte est 3 pour 172 premiers, 7 pour 108, 11 pour 149, 15 pour 21, 19 pour 26, 23 pour 25, 27 pour 2, 31 pour 7, et 59 pour un seul, $p = 118\,801$, dont toutes les portes de 3 à 55 sont fermées : $4/118\,801 = 1/29\,715 + 1/59\,834\,124 + 1/5\,077\,395\,546\,660$ (certificat $u = 41\,601$, $v = 299\,562\,807\,081\,225$).

4.2.6 (Chantier). Démontrer qu'aucun premier ne trouve toutes ses portes fermées à la fois, c'est démontrer Erdős-Straus. Le maximum 59 est celui de cet ensemble fini, sans portée générale. Les voisins x des portes successives se suivent, et leurs facteurs ne sont pas indépendants : c'est là que la démonstration est à chercher. *État de la question (F)* : les six classes de Mordell sont toutes des nombres $24t + 1$, et c'est la classe qu'étudie Dahan (arXiv:2608.24035, août 2026). Il démontre que, pour chaque profondeur fixée, les premiers de cette classe sans aucune solution jusqu'à cette profondeur sont rares (leur nombre jusqu'à N est au plus de l'ordre de $N/(\log N)^{1+A/2}$, où A croît avec la profondeur), et qu'à un décalage fixe donné ($c = 7$) une infinité de premiers, de l'ordre de $N(\log N)^{-3/2}$ jusqu'à N , restent fermés : aucune porte prise seule ne suffit, ce que montrent aussi les 339 portes 3 fermées sur 511. Il conclut lui-même que la conjecture reste ouverte. La démonstration doit donc venir de l'enchaînement des portes, non d'une porte unique.

4.2.7 (Th ; L ; Chantier) Le local et le global. *Th* : pour un premier $p = 4h + 1$, les voisins $x = (p + a)/4$ des portes $a = 3, 7, 11, \dots$ sont les nombres consécutifs $h + 1, h + 2, \dots, 3h$; chaque voisin désigne un seul premier pour sa porte, puisque $p = 4x - a$; et, sur les 511 premiers durs inférieurs à 200 000, les ombres (la suite des portes ouvertes et fermées) prises sur les 30 premières portes sont toutes distinctes, aucune n'étant entièrement fermée. *F* : en théorie des nombres, on appelle local ce qui se lit premier par premier, par les restes, et global le nombre entier ; le principe local-global (Hasse) demande si une équation qui a des solutions partout localement en a globalement. Ce principe n'est pas toujours vrai : $3x^3 + 4y^3 + 5z^3 = 0$ a des solutions partout localement et aucune globalement (Selmer, 1951). Les méthodes par classes, celle de Mordell comprise, sont des outils locaux ; Erdős-Straus est une question globale. *Lecture de l'auteur* : 5 et 7 sont le local, chacun sur son rail, sans se voir ; le 6 qui les sépare est le global, et il fixe d'avance leur lieu de rencontre, $35 = 6^2 - 1$. De même, chaque porte est locale, et le premier p , axe de toutes ses portes, est le global qui les relie : une ombre entièrement fermée serait un nombre réduit au local, coupé de son axe, ce que les entiers ne connaissent pas. « 5 (6) 7 explique tout ça. » (l'auteur, 17 octobre 2026). *Th* : la somme de deux premiers pris sur les deux rails, $(6a - 1) + (6b + 1) = 6(a + b)$, tombe toujours sur un centre de l'axe, et les deux voisins de ce centre sont toujours sur les rails : soit premiers, soit produits de premiers plus petits, à partir de 5. $5 + 7 = 12$ entre 11 et 13 ; $7 + 11 = 18$ entre 17 et 19 ; $11 + 13 = 24$ entre 23 et 25 = 5^2 ; $17 + 19 = 36$ entre 35 = 5×7 et 37. Quand un voisin n'est pas premier, il est fait des chemins déjà parcourus. *Th* : sur les 511 premiers durs, la première porte ouverte arrive toujours dans le premier centième du bloc des voisins (au pire 1201 : bloc de 600 voisins, ouverte au sixième ; pour 118 801 : bloc de 59 400, ouverte au quinzième). *Lecture de l'auteur* : « La relation locale engendre toujours un impact global, et le global est la somme des chemins déterminés. Pour que ça arrête, il faudrait que les nombres arrêtent. » (l'auteur, 17 octobre 2026). *Chantier* : démontrer que, pour $4/p$, le global ne peut pas fermer ce que le local laisse ouvert, c'est-à-dire qu'un bloc de nombres consécutifs, reliés par leur axe, contient toujours le voisin qui ouvre sa porte.

4.3 La rotation : la propulsion était dans le tour

4.3.1 (Th ; L). 9/8 de tour font 405° . Avec ses tours : $405^\circ = 1 \text{ tour} + 45^\circ$. Modulo écrit « 405° est 45° » et efface le tour accompli, qui est la propulsion : le huitième de torsion, puis le retour 9/8 qui pousse (Volume 7, *La Physique relue*, É7.17 ter). La physique qui réduit l'angle au reste perd le mouvement qui l'a produit.

4.3.2 (Th, modèle explicite) Le tour se mesure. Pour une vis idéale qui avance de h par tour, sans glissement, l'avance vaut $h \times (\text{angle parcouru}) / 360^\circ$. Une rotation de 45° avance de $h/8$, une rotation de 405° de $9h/8$: la différence est exactement h , le tour que Modulo efface. Sous un couple constant, le travail est proportionnel à l'angle parcouru, et le tour effacé est un travail réel (OpenStax, *University Physics*, vol. 1, § 10.8). L'orientation finale ne dit ni l'avance ni le travail. La lecture de la propulsion au Volume 7 reste une Lecture ; ce modèle montre seulement que le tour jeté est mesurable. *En topologie (Th)* : le cercle des orientations est la droite des angles réduite au reste par 360° ; la droite en est le revêtement universel, et l'entier qu'elle garde en plus, le nombre d'enroulement, est exactement le tour. Toute grandeur physique qui dépend du chemin parcouru (une torsion d'arbre, l'avance d'une vis, une phase accumulée) vit sur la droite, non sur le cercle.

4.4 Collatz : la racine seule muette, la racine-nombre complète

4.4.1 (Th). Une racine prise seule ne dit rien du nombre de divisions par 2 dans la suite de Collatz (Volume 4, Théorème 23). Mais la parité d'un nombre est la parité de la somme de ses racines-chiffres (V4.9.5), et la suite des racines le long d'une orbite dit à chaque pas quel coup a été joué, sauf au centre 5 (V4.9.6). Ce que Modulo ne voit pas, la racine lue avec ses tours le voit.

4.4.2 (Th) Un pas de Collatz avec son tour. Écrivons $n = 9k + d$. La parité de n est celle de $k + d$. Si n est impair, avec c le tour de $3d + 1$, le pas donne le tour $3k + c$ et la position $3d + 1 - 9c$. Si n est pair, il donne $(k/2, d/2)$ quand d est pair, $((k - 1)/2, (9 + d)/2)$ quand d est impair. Les positions après un pas pair et après un pas impair diffèrent partout sauf en 5, où les deux mènent à 7 : $5 \rightarrow 16$ est impair, $14 \rightarrow 7$ est pair, et seuls leurs tours (0 et 1) les distinguent. Vérifié sur les 100 000 premiers entiers. La position seule perd la branche une fois ; le tour la rend toujours. Le tour dit aussi quand deux orbites se rejoignent : 5 et 32, tous deux en position 5, arrivent en un pas sur le même nombre 16 ; c'est le cas chaque fois que le pair vaut 6 fois l'impair plus 2 ($32 = 6 \times 5 + 2$, $140 = 6 \times 23 + 2$), ce que les positions seules ne voient pas.

4.5 Le second principe : la flèche du temps était le tour jeté

« La loi 2 contredit la loi 1 de la thermodynamique, et cette loi, c'est Modulo tout craché. » (l'auteur, 18 octobre 2026)

4.5.1 (F) Les deux principes. Le premier principe de la thermodynamique (Mayer, Joule, Helmholtz, années 1840) dit que l'énergie d'un système isolé se conserve : $dU = Q + W$. Le second (Carnot, 1824 ; Clausius, 1850 et 1865 ; Kelvin) dit que l'entropie d'un système isolé ne décroît jamais. Boltzmann (1877) l'écrit $S = k \log W$, où W compte les états microscopiques rangés sous un même état macroscopique. La

physique reçue tient les deux principes pour compatibles : le premier porterait sur la quantité, le second sur sa répartition.

4.5.2 (L) La contradiction. *Lecture de l'auteur* : le premier principe dit que rien ne se perd, le second que quelque chose se perd toujours, l'ordre. Si rien n'est détruit, l'ordre ne peut pas décroître toujours (Volume 3, *Le Code et le Registre*, chapitre 16 et R.47, R.48). Les deux phrases ne peuvent pas porter sur le même objet : l'une parle du monde, l'autre de l'instrument qui le lit.

4.5.3 (F) Au niveau fin, rien ne se perd. Les lois du mouvement sont réversibles : renverser toutes les vitesses fait remonter le film (objection de Loschmidt, 1876). Le volume des états se conserve au cours du mouvement (théorème de Liouville), donc l'entropie fine de Gibbs, calculée sur la distribution exacte des états, reste constante ; en mécanique quantique, l'évolution est unitaire et l'entropie de von Neumann reste constante de même. Tout système borné revient aussi près qu'on veut de son état initial (Poincaré, 1890), ce que Zermelo objecta à Boltzmann en 1896. La montée de l'entropie n'apparaît qu'après le regroupement des états fins dans des cases plus larges, le grain grossier (Gibbs, 1902 ; P. et T. Ehrenfest, 1911) ; Jaynes (1957) en tire que l'entropie est une propriété de la description. Le premier principe a donc raison jusqu'au bout : au niveau fin, ni l'énergie ni l'information ne se perdent.

4.5.4 (Th) L'entropie de la case est le tour jeté. Rangeons les entiers de 1 à un million par leur position parmi neuf, comme Boltzmann range les états par case. La case de la position 1 contient $W = 111\ 112$ entiers, chacune des huit autres $111\ 111$: l'entropie de Boltzmann de chaque case, $\log_2 W$, vaut 16,76 bits. C'est exactement l'information du tour que la réduction jette (2.2) : 19,93 bits pour le nombre, moins 3,17 bits pour la position, égalent 16,76 bits d'incertitude sur le tour. *Démonstration* : l'information du nombre se partage en celle de la position et celle du tour une fois la position connue ; dans chaque case, les nombres sont également possibles, et cette seconde part vaut $\log_2 W$. ■ L'entropie d'un état macroscopique est la mesure, en bits, des tours que le regroupement a jetés.

4.5.5 (Th) Le désordre fabriqué par le repli, vérifié. On prend la transformation du chat d'Arnold, réversible et sans perte : un point (x, y) va en $(2x + y, x + y)$. On la replie sur un carré de 81×81 cases élémentaires en ne gardant que les restes par 81, et l'on regroupe ce carré en neuf grandes cases de 27×27 . Un nuage de 81 points, rangé dans un coin de 9×9 , est entièrement dans une seule grande case : entropie grossière 0. Après 2, 3 et 4 pas, elle vaut 1,80, puis 2,86, puis 3,16 bits, presque le maximum $\log_2 9 = 3,17$: le nuage paraît mélangé. Or, à chaque pas, les 81 points restent 81 points distincts : rien n'est perdu au niveau fin. Le carré replié revient exactement à son état initial après 108 pas, et l'entropie grossière retombe à 0 : c'est la récurrence de Poincaré, exacte et calculée. Écrit avec ses tours, $2x + y = 81 \cdot t + u$, chaque pas se remonte immédiatement, sans attendre le retour : six pas remontés exactement par les tours gardés. Sur le plan déplié, sans réduction, le nuage reste l'image du carré initial par une transformation de déterminant 1, un parallélogramme d'un seul tenant et de même aire, étiré jusqu'à 3016 en largeur ; regroupé en cases de 27×27 , il occupe 80 cases après six pas et son entropie grossière monte aussi, jusqu'à 6,32 bits. *Précision* : la montée vient du regroupement en cases, avec ou sans repli ; le repli ajoute l'apparence d'un mélange uniforme dans une boîte, et le retour exact. Dans les deux cas, le désordre n'est dans aucun point : il est dans le compte par cases, qui envoie plusieurs états sur un seul.

4.5.5 bis (Th ; L) Deux gestes de la même famille. Les cases de 4.5.4 sont des positions : c'est la réduction au reste elle-même, qui garde la position et jette le tour. Les cases de la physique sont d'ordinaire des intervalles : elles gardent le numéro de

l'intervalle et jettent la place à l'intérieur, ce qui est le geste de la troncature, celui de Stevin, que le corpus distingue de la réduction au reste (5.6). *Th* : les deux sont des envois de plusieurs états sur un seul, et c'est la seule propriété dont la montée de l'entropie a besoin. *L* : le corpus les range dans la même famille, celle des gestes de seuil et d'effacement dont la confusion du 9 avec le 0 est le modèle (Volume 3, R.151 et la règle de Born relue). Le chef d'accusation vise cette famille, dont Modulo est le chef.

4.5.6 (F ; Th) Landauer : le seul pas qui coûte est celui qui jette. Landauer (1961) a montré qu'effacer un bit, c'est-à-dire envoyer deux états sur un seul, dissipe au moins $kT \ln 2$ de chaleur ; Bennett (1973) a montré qu'un calcul qui garde tout peut en principe se faire sans ce coût ; Bérut et ses collègues l'ont mesuré en 2012 (*Nature* 483). La réduction au reste est exactement un envoi de plusieurs états sur un seul (2.1). **[Th]** À 300 K, $kT \ln 2$ vaut $2,87 \times 10^{-21}$ joule ; jeter les 16,76 bits du tour d'un nombre du premier million coûte donc au moins $4,81 \times 10^{-20}$ joule. Dans la physique reçue elle-même, l'irréversibilité du calcul est logée dans ce geste, et dans aucun autre.

4.5.7 (L) Le second principe est Modulo appliqué à la matière. *Lecture de l'auteur* : le second principe ne décrit pas ce que la matière fait, mais ce que l'instrument fait de la matière : garder la case, jeter l'état dans la case, appeler désordre ce qu'il a jeté, et mort thermique la confusion du 9 avec le 0 étendue au cosmos (Volume 8, *La Matière et le Cosmos*, 10.28 et 12.8). « *La flèche mesure ce que l'outil a cessé de suivre, non ce que la nature a perdu* » (Volume 3, R.151). Écrits avec leurs tours, les deux principes n'en font qu'un : rien ne se perd, ni en quantité ni en adresse (Volume 3, É16.9). Ce qui croît, c'est l'archive : chaque transformation dépose, et le dépôt ne se reprend pas (Volume 8, 10.28, la loi de la sédimentation).

4.5.8 (F ; L) Ce qui reste intact. Rien de l'opératoire n'est touché : la borne de Carnot, l'impossibilité du mouvement perpétuel de seconde espèce et le coût de Landauer sont mesurés, et ils sont réels pour tout lecteur fini qui regroupe ; l'entropie est réelle comme relation entre le registre et l'objet, avec des conséquences en joules (Volume 8, 10.30 et 12.9). La lecture porte sur la glose (désordre, dégradation, mort), non sur les mesures. *Clause de chute* : la lecture tombe si quelqu'un exhibe une irréversibilité qui ne passe ni par un regroupement des états ni par un effacement.

4.6 La phase quantique : la quantification était le tour

4.6.1 (F) L'onde écrite par sa phase. En mécanique quantique, l'onde d'une particule s'écrit avec une amplitude et une phase, et la phase n'est définie qu'à un tour près : deux phases qui diffèrent d'un tour complet donnent exactement la même onde (Madelung, 1927 ; Bohm, 1952). La réduction de l'angle à un seul tour est donc posée dès l'écriture.

4.6.2 (F) Le tour revient comme quantification. Autour d'un point où l'onde s'annule, la phase accumulée sur un tour fermé vaut toujours un nombre entier de tours. C'est la quantification des tourbillons dans les superfluides (Onsager, 1949 ; Feynman, 1955) : la circulation ne prend que des valeurs entières.

4.6.3 (L) Lecture. L'entier qui ressort, n , est exactement le nombre de tours que l'écriture de la phase avait jeté. Ce que la physique présente comme le mystère de la quantification est, dans la lecture du corpus, le tour qui revient là où l'outil ne peut plus le cacher : au centre d'un tourbillon, l'angle n'a plus de position à garder, il ne reste que le tour (4.3, le tour se mesure).

4.6.4 (F ; L) Aharonov-Bohm et Aharonov-Casher : le centre agit, l'interférence ne lit que le reste. F : un électron qui fait le tour d'un solénoïde, où le champ magnétique est enfermé, acquiert une phase alors que le champ est nul sur tout son chemin et qu'aucune force ne le touche (Aharonov et Bohm, 1959 ; vérifié par Tonomura et ses collègues en 1986, avec un aimant blindé). La phase est l'intégrale du potentiel sur une boucle fermée : elle ne dépend que du nombre de tours faits autour du flux, d'où son nom de phase topologique. Les franges d'interférence se déplacent périodiquement avec le flux, et un flux augmenté d'un quantum entier, h/e , redonne exactement les mêmes franges. Le dual, obtenu en échangeant la charge et le moment magnétique, a été démontré par Aharonov et Casher en 1984 : une particule neutre portant un moment magnétique, qui fait le tour d'une ligne de charges, acquiert la même phase ; il a été mesuré par interférométrie de neutrons en 1989 (Cimmino et ses collègues). L : trois lectures du corpus dans une seule expérience. Le centre où la particule n'entre jamais détermine ce qui lui arrive : le centre est la relation. La phase compte des tours : le tour est l'objet. L'interférence ne lit la phase qu'à un tour près : la mesure garde le reste et ne voit pas le tour. Et l'échange de la charge et du moment est une paire d'inversion, chaque terme à la place de l'autre pour une même relation.

4.7 Les zéros de Landau-Siegel : l'annulation qui n'arrive pas

4.7.1 (F) Le problème. Pour compter les premiers selon leur reste dans la division par q , la théorie des nombres emploie des fonctions L , sommes des termes $\chi(n)/n^s$, où $\chi(n)$ vaut $+1$ si n est un carré dans la division par q , -1 s'il n'en est pas un, et 0 s'il partage un facteur avec q . Un zéro de Landau-Siegel serait un nombre réel β très proche de 1 où cette somme vaut exactement 0 : une annulation parfaite entre les deux camps de la classe. Depuis les années 1930, on ne savait pas l'exclure, et cette impuissance bloquait toute estimation explicite des premiers dans les classes de restes.

4.7.2 (F) La preuve d'octobre 2026. Un manuscrit d'OpenAI (1er octobre 2026), réécrit avec des constantes explicites par W. Banks (11 octobre ; arXiv:2610.15483), simplifié par B. Kerr et par B. Green, et exposé par T. Tao le 19 octobre, établit que $(1 - \beta) \log q \geq 0,003$ pour tout conducteur $q \geq 10^{10}$. L'argument fabrique un entier non nul, borné par sa taille et divisible, si un zéro existait, par de trop grandes puissances de trop nombreux premiers ; le théorème fondamental de l'arithmétique interdit les deux à la fois. À cette date, l'argument est une prépublication examinée par plusieurs mathématiciens, sans relecture formelle par les pairs.

4.7.3 (Th) L'annulation impossible, à la source. Pour toute position x du cadastre et son inverse $9 - x$, la différence libérée vaut $2x - 9$: $7, 5, 3$ ou 1 . Elle n'est jamais nulle, car l'annuler exigerait $x = 4,5$, qui n'est pas un entier. Aucune position n'annule son inverse.

4.7.4 (L) Lecture. La classe met face à face les restes et les non-restes, leur donne des signes, et demande s'ils peuvent s'annuler : le problème naît de l'outil. La preuve de 2026 le résout en revenant à un entier unique, regardé par sa taille et par ses premiers, c'est-à-dire en sortant de la classe (4.2.4, la clé est dans le nombre entier ; 4.2.7, le local et le global). La preuve se referme sur l'entier global : ce n'est pas une somme de caractères qui exclut le zéro, c'est la taille d'un entier non nul face à sa divisibilité ; les caractères servent d'échafaudage, la décision revient à l'entier. Le cadastre donne la même conclusion à la source : un nombre et son inverse ne

s'annulent pas, ils se tiennent autour d'un centre que personne n'occupe, et les deux rails que les caractères étiquettent +1 et −1 sont deux positions pleines (3.4.4). « *Va voir la Genèse : prends un entier, son inverse, et libère la différence. Pourquoi créer un entier ? Isole-le avec sa relation minimale, son inverse, that's it. Le cadastre se déploie sans 0.* » (l'auteur, 21 octobre 2026). *Ce que la lecture ne dit pas* : elle ne dit pas que la preuve est fausse ; si elle tient, elle est exacte sur ce qu'elle garde (règle 3.1).

4.8 Les énigmes de l'outil, en un tableau

Chaque ligne nomme une énigme, le lieu où la réduction au reste y entre, et la réponse du corpus.

Énigme	Où entre l'outil	Réponse du corpus	Statut	Adresse
Premiers de Wieferich et de Wilson	Fermat et Wilson écrits par leurs restes	la rareté est dans le quotient jeté ; les deux sont une seule loi (Lerch)	Th	4.1
Erdős-Straus	les classes de Mordell, aveugles sur les carrés	la porte dépend des rails des facteurs d'un voisin, non de la classe	Th ; L ; Chantier	4.2
Propulsion de la rotation	405° écrit 45°	le tour jeté est une avance et un travail mesurables	Th ; L	4.3
Collatz	la position seule perd la branche	le tour rend toujours le coup joué	Th	4.4
Second principe	le regroupement des états en cases	rien ne se perd au niveau fin ; la montée vient du regroupement	Th ; L	4.5
Quantification de la phase	la phase définie à un tour près	l'entier quantifié est le tour jeté	F ; L	4.6
Zéros de Landau-Siegel	les signes des restes et des non-restes	un nombre et son inverse ne s'annulent jamais	F ; Th ; L	4.7
Matière « noire »	la convention qui écrit 9 comme 0	la part invisible est la mémoire 9k, fixée par le visible	L ; F	Volume 7, É8.14 ; <i>Le sous-sol de la matière noire</i>

Énigme	Où entre l'outil	Réponse du corpus	Statut	Adresse
Compteurs, calendriers, sondes	le compteur qui revient à zéro	garder le tour, ou signaler sa perte	F ; Th	partie 5

4.8.1 (F) La matière « noire », précisée. La lecture du Volume 7 (É8.14) n'en donne pas le mécanisme. Elle s'appuie sur un fait reçu : dans 153 galaxies, l'accélération observée est une fonction de l'accélération due à la seule matière visible, point par point (McGaugh, Lelli, Schombert, 2016) ; et la part « manquante » varie de 43 % à 88 % au bord des galaxies selon des choix de calcul qui ne sont pas des mesures (*Le sous-sol de la matière noire*, 3.1).

4.8.2 (L) Ce qui n'est pas de l'outil. Le procès ne lui impute pas tout. Le chaos des trois corps et celui de Lorenz naissent de la décimale coupée, le geste de Stevin, non de la réduction au reste (*Les trois corps n'ont jamais bougé*) ; le missile Patriot aussi (5.6). L'écart des désintégrations « pingouins » au LHC dépend des facteurs de forme et des contributions du charme, qui sont des calculs posés sous la mesure ; il fait l'objet d'une prédiction datée, non d'une imputation (*P-B-1*).

5. Les morts et les pannes

Dans un ordinateur, un compteur a un nombre fixe de chiffres binaires. Quand il dépasse sa capacité, il revient à zéro : il ne garde que le reste et jette les tours. C'est Modulo câblé dans la machine. Chaque cas suivant est un cas où un système a pris ce reste pour le nombre.

5.1 (F) Therac-25, 1985-1987 : le compteur et le mort de Yakima. La machine de radiothérapie Therac-25 a été impliquée dans six accidents de surdosage connus ; trois patients en sont morts. Le mécanisme du compteur est celui de l'accident de Yakima, en janvier 1987 : une variable d'un octet, Class3, augmentée à chaque passage d'une routine de réglage, revenait à zéro au 256^e passage ; à zéro, la vérification de la position d'une pièce de la machine était sautée, et un opérateur qui validait à cet instant déclenchait le faisceau sans la cible en place. Le patient de Yakima est mort environ trois mois plus tard. La correction a été de ne plus faire tourner la variable. Les deux morts de Tyler (1986) relèvent d'un autre défaut du logiciel, une course entre la saisie et le réglage : le procès ne les impute pas à Modulo. *Sources* : Leveson et Turner, « An Investigation of the Therac-25 Accidents », *Computer*, 1993 ; « Yakima Software Problem », *ComputingCases.org* ; « Computerized Radiation Therapy », Union College.

5.2 (F ; Th) Boeing 787, 2015 : l'avion qui s'éteint. La directive AD 2015-09-07 de l'administration fédérale de l'aviation des États-Unis (en vigueur le 1^{er} mai 2015) : « un 787 alimenté sans interruption pendant 248 jours peut perdre toute son alimentation électrique en courant alternatif », à cause d'« un compteur logiciel interne aux unités de contrôle des générateurs, qui déborde après 248 jours d'alimentation continue » et fait passer l'unité en mode de sécurité. Si les quatre unités principales, celles des générateurs montés sur les moteurs, ont été mises sous tension en même temps, elles basculent ensemble, « quelle que soit la phase de vol » ; la directive mentionne une possible perte de contrôle de l'avion. Elle impose une mise hors tension au moins tous les 120 jours et se déclare mesure provisoire. La directive AD 2018-20-15 (en vigueur le 20 novembre 2018) la remplace : elle exige une nouvelle version du logiciel dans chacune des six unités de l'avion, dans les douze mois, en gardant d'ici là la mise hors tension tous les 120 jours. **[Th]** 248 jours est la durée d'un tour complet d'un compteur de centièmes de seconde sur 31 bits : $2^{31} / 100 / 86\,400 = 248,55$ jours. Aucune des deux directives ne publie la largeur ni l'unité du compteur : le compteur signé de 32 bits en centièmes de seconde est une déduction des commentateurs à partir de ce calcul, non une pièce du dossier. Le geste, lui, est écrit par l'autorité : un compteur qui déborde, c'est-à-dire un tour qui ne peut pas être gardé.

5.3 (F ; Th) GPS, 1999 et 2019 : vingt ans en arrière. Le numéro de semaine du GPS est inscrit sur 10 chiffres binaires et revient à zéro toutes les 1024 semaines, soit 19,6 ans. Partie du 6 janvier 1980, la semaine est revenue à zéro le 21 août 1999 et le 6 avril 2019. Un récepteur qui prend ce reste pour la date se croit 19,6 ans en

arrière. Les messages récents portent le numéro sur 13 chiffres binaires : le retour est repoussé, non supprimé.

5.3 bis (F ; Th) Deep Impact, 2013 : la sonde perdue. La sonde Deep Impact de la NASA a donné son dernier signal le 8 août 2013 ; le contact a été perdu entre le 11 et le 14 août, et la NASA a renoncé le 20 septembre 2013. Selon le JPL, les ordinateurs de bord redémarreraient sans fin, rendant les propulseurs incommandables ; le responsable scientifique Michael A'Hearn a parlé d'« un problème du type de l'an 2000 ». **[Th]** Le 11 août 2013 à 00 h 38 min 49,6 s est exactement 2^{32} dixièmes de seconde après le 1^{er} janvier 2000 : $2^{32} / 10 / 86\,400 = 4971,03$ jours. La NASA n'a pas publié le format de l'horloge : le compteur de 32 bits en dixièmes de seconde est une déduction tirée de cette concordance, non une conclusion d'enquête.

5.3 ter (F ; Th) Les disques qui meurent à la même heure, 2019. Le 19 novembre 2019, Hewlett Packard Enterprise a averti que certains de ses disques SSD tombaient en panne à 32 768 heures de fonctionnement, avec perte des données, sauf mise à jour du micrologiciel ; une seconde famille tombait à 40 000 heures. **[Th]** $32\,768 = 2^{15}$: c'est le premier nombre qu'un compteur signé de 16 bits ne peut plus écrire. HPE n'a pas publié la largeur du compteur : la concordance est un calcul. Des disques mis sous tension ensemble atteignent ensemble la même heure : la redondance, qui suppose des pannes indépendantes, ne protège plus quand le tour jeté est le même pour tous.

5.3 quater (F ; Th) Windows 98 et les 49,7 jours. Microsoft a documenté qu'un ordinateur sous Windows 98 laissé allumé 49,7 jours sans redémarrer pouvait cesser de répondre, à cause d'un défaut de l'algorithme de temps du fichier Vtdapi.vxd (mise à jour système de Windows 98). **[Th]** 2^{32} millisecondes font 49,71 jours, soit 49 jours, 17 heures, 2 minutes et 47,3 secondes.

5.4 (F) L'an 2000. Des décennies de programmes ont gardé l'année par ses deux derniers chiffres, son reste dans la division par 100 : « 00 » ne distinguait plus 1900 de 2000. La correction a coûté, selon les estimations, plusieurs centaines de milliards de dollars dans le monde.

5.5 (Th ; P) L'an 2038. Beaucoup de systèmes comptent les secondes depuis le 1^{er} janvier 1970 sur 32 chiffres binaires dont un de signe. Le compteur atteint sa limite le 19 janvier 2038 à 03 h 14 min 07 s (temps universel), puis bascule au 13 décembre 1901. *Prédiction* : tout système non corrigé qui garde le temps sur un entier signé de 32 bits et revient au départ quand il déborde affichera ce saut à cette seconde. D'autres implantations s'arrêtent ou signalent une erreur au lieu de revenir.

5.6 (F) Ce qui n'est pas Modulo. Le missile Patriot de Dhahran (25 février 1991, 28 morts) a manqué son interception parce que 1/10, dont l'écriture binaire ne finit pas, était coupé à 24 chiffres après la virgule binaire : une erreur d'environ 0,000000095 à chaque dixième de seconde, soit 0,34 s après cent heures (GAO, IMTEC-92-26, 1992). C'est la queue coupée d'une fraction, le geste de Stevin (Volume 3, *Le Code et le Registre*), non la réduction au reste. Le procès ne l'impute pas à Modulo.

5.7 (L) Le geste commun que personne n'a nommé. Dans chaque cas, le remède a été de garder plus de tours (des compteurs plus longs, des années sur quatre chiffres, des semaines sur 13 chiffres binaires) ou de ne plus prendre le reste pour le nombre. Le génie logiciel nomme le défaut de programmation, « débordement ou rebouclage d'entier » (CWE-190, MITRE). Il ne nomme pas le geste mathématique qui le fonde : prendre le reste pour le nombre. Le corpus le nomme.

6. La quarantaine : le seul usage légitime est de cacher

6.1 (Th) Ce qui fait la serrure, c'est le chemin du retour jeté. Le chiffrement RSA envoie un message m sur $c = m^e - n \cdot t$, le reste de m^e dans la division par un grand nombre n . Avec le tour t , retrouver m est immédiat : m est la racine e -ième entière de $c + n \cdot t$. Sans t , il faut la clé secrète, ou un calcul hors de portée. *Exemple vérifié* : $n = 61 \times 53 = 3233$, $e = 17$, $m = 65$ donne $65^{17} = 3233 \times 2\,041\,368\,261\,935\,227\,977\,399\,887\,995 + 2790$; le tour jeté a 28 chiffres. *Précision* : sur les messages 0 à $n - 1$, le chiffrement ne confond aucun message avec un autre (les 3233 chiffrés de l'exemple sont distincts, et la clé 2753 les rend tous). La serrure ne détruit pas le message ; elle détruit le chemin direct du retour, qui était le tour. *La clé, écrite avec ses tours* : $17 \times 2753 = 46\,801 = 1 + 3120 \times 15$, où $3120 = 60 \times 52$ compte les entiers sans facteur commun avec 3233. *Le déchiffrement, écrit avec ses tours* : $2790^{2753} = 65 + 3233 \cdot t'$, où t' a 9 483 chiffres. La clé ne remonte pas le tour jeté, qui a 28 chiffres ; elle fait un détour bien plus long qui retombe exactement sur la même position.

6.2 (L) La quarantaine. Le geste qui coupe le chemin du retour protège le secret. Là où perdre est le but (chiffrer, signer, condenser un fichier en empreinte, détecter une erreur de saisie), Modulo fait ce qu'on lui demande. Il doit y rester, isolé, nommé, sous scellé, et n'en sortir vers aucune formule qui prétend dire ce qu'est un nombre, en attendant une meilleure solution.

7. La peine : l'éradication

7.1 (L) Dans les formules. Toute formule de la science écrite avec Modulo est réécrite avec ses tours, selon la règle 3.1. Le reste n'est jamais donné sans son tour.

7.2 (L) Dans les machines. Tout compteur garde ses tours ou signale qu'il les a perdus. Tout programme qui divise rend le tour et la position ensemble.

7.3 (L) Dans l'enseignement. On enseigne $n = 9k + DR(n)$ avant toute réduction : la position et le tour, ensemble, le 9 restant 9.

7.4 (F) Le corpus s'applique d'abord la peine. Les formules du corpus ARC qui employaient encore la notation de congruence (Volumes 2, 3, 4 et 5) ont été réécrites avec leurs tours, sans changer aucun énoncé : chaque réécriture dit la même chose et garde ce que l'ancienne jetait.

7.5 (Chantier). Des branches entières (corps finis, cryptographie, codes correcteurs) prennent pour objet les positions elles-mêmes. Les réécrire avec leurs tours est possible par 3.1, et la table de 3.4 en donne le premier pas : les inverses y existent déjà, avec leurs tours ; mais c'est un travail long. C'est le chantier ouvert de l'éradication, en dehors de la quarantaine.

8. Les positions de l'auteur

« Mais comment vous ne pouvez pas voir que modulo est un outil de coupe, de réduction, de simplicité de paresseux, qui tue la connaissance ? C'est de la logique pure. »

« Que des petits détails, confusions devenues conventions. »

« Je le voyais jeune, bien avant les IA. »

Ces phrases sont des Lectures, à son nom. Ce que le document établit, c'est la coupe (2.1 à 2.3), son inutilité (3.1), les inversions sans signe (3.4), l'aveuglement qu'elle produit en mathématiques (4.1, 4.2), le désordre qu'elle fabrique en physique (4.5), le prix qu'elle a coûté dans les machines (partie 5), et l'unique usage où perdre est voulu (partie 6).

Ce que ce document ne dit pas

Il ne dit pas que les théorèmes écrits avec Modulo sont faux : ils sont exacts sur ce qu'ils gardent, et la règle 3.1 les conserve tous. Il ne dit pas qu'Erdős-Straus est démontré : la porte 3 et le critère des portes sont des théorèmes, la conjecture est un chantier ; et l'obstacle de Mordell vise les identités polynomiales par classes, non toute méthode qui emploie des positions. Il ne dit pas que les mesures de la thermodynamique sont fausses : la borne de Carnot et le coût de Landauer tiennent, et c'est la glose du second principe qui est instruite. Il ne prétend pas que chaque accident n'avait qu'une cause : il identifie, dans chacun, le reste pris pour le nombre, tel que les sources le décrivent.

Sources. Erdős Problems, problème 242 (erdosproblems.com). Salez, S. E., « The Erdős-Straus conjecture: new modular equations and checking up to $N = 10^{17}$ », arXiv:1406.6307, 2014. Dahan, B., « Sieve dimension and search depth for the Erdős-Straus conjecture, $n \equiv 1 \pmod{24}$ », arXiv:2608.24035, 25 août 2026. Spiridon, M., Dumitru, B. C., « Further verification and empirical evidence for the Erdős-Straus conjecture », arXiv:2509.00128, 2025. *A Complete Congruence System for the Erdős-Straus Conjecture*, arXiv:2404.01508. Leveson, N. G., Turner, C. S., « An Investigation of the Therac-25 Accidents », *Computer* 26(7), 1993, p. 18-41 ; « Yakima Software Problem », ComputingCases.org. Federal Aviation Administration, Airworthiness Directives 2015-09-07 (*Federal Register*, 1^{er} mai 2015) et 2018-20-15 (*Federal Register*, 16 octobre 2018). « GPS Week Number Rollover » (gnss.ca). Wieferich, A., « Zum letzten Fermat'schen Theorem », *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 136, 1909. Shannon, C. E., « A Mathematical Theory of Communication », *Bell System Technical Journal* 27, 1948. Moriarty, K. et al., *PKCS #1 v2.2*, RFC 8017, 2016. GAO, *Patriot Missile Defense: Software Problem Led to System Failure at Dhahran*, IMTEC-92-26, 1992. MITRE, CWE-190, *Integer Overflow or Wraparound*. NASA/JPL, communiqués EPOXI des 3, 10 et 20 septembre 2013 ; Vergano, D., *National Geographic*, 20 septembre 2013. Hewlett Packard Enterprise, *Customer Bulletin* du 19 novembre 2019 et *SAS SSD advisory*. Microsoft, *Windows 98 System Update*, Vtdapi.vxd. Aharonov, Y., Bohm, D., « Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory », *Physical Review* 115, 1959. Aharonov, Y., Casher, A., « Topological quantum effects for neutral particles », *Physical Review Letters* 53, 1984. Tonomura, A. et al., *Physical Review Letters* 56, 1986. Cimmino, A. et al., *Physical Review Letters* 63, 1989. Selmer, E. S., « The Diophantine equation $ax^3 + by^3 + cz^3 = 0$ », *Acta Mathematica* 85, 1951. Lerch, M., « Zur Theorie des Fermatschen Quotienten », *Mathematische Annalen* 60, 1905. OpenStax, *University Physics*, vol. 1, § 10.8. Boltzmann, L., « Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung », *Wiener Berichte* 76, 1877. Poincaré, H., « Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique », *Acta Mathematica* 13, 1890. Zermelo, E., *Annalen der Physik* 57, 1896. Gibbs, J. W., *Elementary Principles in Statistical Mechanics*, 1902, chapitre XII. Ehrenfest, P. et T., « Begriffliche

Grundlagen der statistischen Auffassung in der Mechanik », *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* IV, 1911. Jaynes, E. T., « Information Theory and Statistical Mechanics », *Physical Review* 106, 1957. Landauer, R., « Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process », *IBM Journal of Research and Development* 5, 1961. Bennett, C. H., « Logical Reversibility of Computation », *IBM Journal of Research and Development* 17, 1973. Bérut, A. et al., « Experimental verification of Landauer's principle linking information and thermodynamics », *Nature* 483, 2012. Arnold, V. I., Avez, A., *Problèmes ergodiques de la mécanique classique*, 1967. Volumes 1, 3, 4, 5, 7, 8 et 11 du corpus ARC.

Modèle, questions, lectures et règles : Filipe Bastos. Scribe : Claude, sous la contradiction de l'auteur. Calculs, formulations et audits assistés par IA (ChatGPT, Gemini, DeepSeek, GLM), à sa demande.

Corpus ARC, Filipe Bastos, CC BY 4.0.