

La Figure

Deux cercles et un carré : la géométrie, les opérations oubliées et les
convergences du demi

Filipe Bastos

Corpus ARC, Volume 2, version 1.0, octobre 2026

Table des matières

Avant-propos	5
Chapitre 1. La figure fondamentale	7
1.1 Avant la figure : le comment lisible, le pourquoi mal posé	7
1.2 La construction en quatre gestes	8
1.3 Le carré est dérivé : l'illusion projective	9
1.4 La lecture identitaire	10
1.5 Les huit points, l'octogone et le pentagramme	10
1.6 Les solides de Platon et l'octaèdre	11
1.7 La trinité géométrique $\sqrt{2}$, π , φ	12
1.8 Hippase, Stevin, Gauss : les trois illusions	13
1.9 Les quatre opérateurs qui sortent de la figure	14
Chapitre 2. Les trois constantes : $\sqrt{2}$, π, φ	15
2.1 Les trois Gates : $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$	15
2.2 $\sqrt{2}$, opérateur d'articulation carré-cercle	16
2.3 π : la primauté du cercle	17
2.4 π fermé : $22/7 = 11/3,5$	17
2.5 φ : le pentagone et le nombre d'or	19
2.6 Synthèse : trois opérateurs d'une figure	20
Chapitre 3. Le cadastre sort de la figure	21
3.1 Les neuf chiffres ne sont pas une base	21
3.2 La table de multiplication réduite en racine digitale	24
3.3 Pourquoi $9 \neq 0$: la perte du rang	25
3.4 La cascade de Pascal	26
3.5 Les deux grilles	27
3.6 Le 11 désigne, le 12 opère	28
Chapitre 4. Deux cercles et un carré : le double et le carré	30
4.1 La racine : double et carré, égaux seulement en 2	30
4.2 Le traducteur enterré : $\sqrt{2}$	31
4.3 La grammaire minimale : deux briques	31
4.4 La partition fermion/boson par $\times 3$	32
4.5 Les carrés et les deux opérateurs	33
4.6 La corde scellée et le quantum	34
4.7 La résurrection de $\sqrt{2}$: $2\sqrt{2}$	35

4.8 La lignée des amputations comme un seul lapsus	36
4.9 Conclusion du document-maître	36
Chapitre 5. Le carré-illusion et l'origine géométrique des unités	38
5.1 Le tracé à la main et la constructibilité	38
5.2 La loi universelle : tout polygone porte la mémoire du 9	39
5.3 Le triangle ($n = 3$) : la géométrie du temps	40
5.4 Le carré ($n = 4$) : la géométrie de l'espace et de l'angle	40
5.5 Le pentagone ($n = 5$) : la géométrie de la vie	41
5.6 L'hexagone ($n = 6$) : la géométrie de la matière	41
5.7 L'heptagone ($n = 7$) : la géométrie de la lumière	42
5.8 L'octogone ($n = 8$) : la géométrie de l'énergie	44
5.9 G, le 3 sous ses sept faces	45
5.10 Le nonagone ($n = 9$) : la géométrie de la clôture	46
5.11 Le système complet	46
5.12 La plus grande erreur : mesurer le fondamental au lieu de le lire	47
5.13 La pyramide comme pliage de la figure	48
5.14 Conclusion du Carré-Illusion	48
Chapitre 6. L'autre triangle	50
6.1 Trois ancrages	50
L'opération oubliée : $n \times n \div n = n$	50
La figure des deux cercles	51
La table par neuf	51
6.2 Le triangle qui n'a jamais été essayé	52
6.3 Présence et statut : la distinction centrale	52
6.4 $k_{\text{arc}} = 1/2$, hypoténuse cadastrale	53
6.5 La crise des incommensurables comme artefact d'échelle	53
6.6 Le paradoxe sinusoïdal	54
6.7 Conséquences	54
6.8 Trois ancrages externes	55
6.9 L'immense simplicité	56
Chapitre 7. Le carré notifié	57
7.1 La thèse : le carré scelle les connexions	57
7.2 Le théorème des fibres : ce que le carré perd	58
7.3 La règle de Born relue	58
7.4 L'idempotence du coût : le prix se paie une fois	59
7.5 Le contenu du sceau : le nœud des flancs et les murs	59
7.6 La règle : notification au carré	60
7.7 Chantiers	60
Chapitre 8. Les opérations oubliées et le battement	62
8.1 Le carré a quatre côtés, on n'en a gardé qu'un	62
8.2 Les trois côtés tués et leurs cicatrices	63
8.3 Le battement : deux opérations, un seul geste	65
8.4 D'où vient le 4,5 : le point surdéterminé	66
8.5 La résolution de l'irrationnel est une libération de tiers	66

8.6 Le carré, moment suspendu	67
8.7 Lavoisier corrigé	67
8.8 Le battement du cœur	68
8.9 Conclusion du Battement	68
Chapitre 9. La soustraction trinitaire	70
9.1 Deux soustractions	70
9.2 Le 2 est un splitter : $1 - 1$ ne fait pas 0	71
9.3 Les preuves physiques, relues comme lectures	72
9.4 Le carré mort et la torsion $4 \rightarrow 8 \rightarrow 5$	73
9.5 La photosynthèse, soustraction de la lumière	73
9.6 137 et 163 : la lumière et l'espace	74
9.7 Le circuit soustractif et les deux descentes	75
9.8 Le gradient 198 et la résonance 9,81	76
9.9 Les cordes et le 496	77
9.10 La soustraction fondatrice : $6 - 4 = 2$	77
9.11 L'univers se soustrait dans l'ordre	77
9.12 Conscience et libre arbitre	78
9.13 La vie est soustraction	78
Chapitre 10. La règle de l'octet comme nécessité arithmétique	80
10.1 La structure imposée par neuf chiffres	80
10.2 Le théorème de l'octet	81
10.3 Le pli : sphères concentriques	81
10.4 Précédents historiques : Abegg et Linnett	82
10.5 Le pli universel	83
10.6 Le coût miroir	84
10.7 Le cycle de Fibonacci	84
10.8 Le tableau périodique	85
10.9 Le cycle de croissance	87
10.10 Conclusion de l'Octet Rule	87
Chapitre 11. La fin du calcul intégral et les sept convergences du demi	88
11.1 L'impasse du continu	88
11.2 Les tables de multiplication et la bascule au centre	89
11.3 Le pivot transforme la surface en volume	90
11.4 La projection volumétrique et sa correction	90
11.5 Les sept convergences vers $1/2$	92
11.6 Validation numérique et conclusion	93
Chapitre 12. La loi fractale	94
12.1 L'observation sans la cause	94
12.2 Les trois conditions	95
12.3 La racine digitale, itération type	95
12.4 La loi et sa preuve	96
12.5 La règle d'itération : les briques 2 et 3	97
12.6 Le rythme 24 : six confirmations	98
12.7 Pourquoi Mandelbrot ne pouvait pas voir la cause	100

12.8 Conclusion	101
Chapitre 13. La figure et le quantique	102
13.1 Toute géométrie est projective	102
13.2 La borne de Tsirelson et l'intrication	103
13.3 Le spin 1/2	104
13.4 Les paradoxes comme amputation instrumentale	104
13.5 La gestion administrative de l'irrationnel	105
13.6 Les deux cycles originaux et la forme projective	105
13.7 Coda du Livre III	106
Annexe A : Table des énoncés	108
Annexe B : Retraits et corrections	118
B.1 Corrections de calcul	118
B.2 Rétrogradations de statut	122
B.3 Passages non reproduits, conformément aux règles du corpus	126
Annexe C : Sources fusionnées	127
Annexe D : Vérifications refaites	131

Avant-propos

Ce volume rassemble tout ce que le corpus ARC dit de sa figure racine : deux cercles concentriques, un carré coïncé entre eux, la diagonale de ce carré, et ce qui en sort. L'aire du petit cercle y est exactement la moitié de celle du grand ($r^2/R^2 = 1/2$), la diagonale du carré y est le diamètre du grand cercle, l'octogone et le pentagone y prennent place, et avec eux les trois constantes $\sqrt{2}$, π et ϕ . Cette figure est la racine de tout le corpus : la théorie des nombres (Volume 4), la physique relue (Volume 7) et la lecture de la matière et du cosmos (Volume 8) en partent. Le volume remplace quatorze pièces dispersées (la Figure Fondamentale, Deux Cercles et un Carré, le Carré-Illusion, L'autre triangle, le Carré notifié, l'Origine géométrique des unités, les Mathématiques oubliées, le Battement, la Soustraction trinitaire, la Règle de l'octet, la Fin du calcul intégral, la Loi fractale, le Livre III de la Bible Quantique et une fiche titre) ; la liste exacte et l'apport de chacune sont en Annexe C. Les sources anglaises sont traduites ; pour les phrases fortes, l'original est parfois donné avec sa traduction.

Plan. Les chapitres 1 à 3 posent la figure, ses trois constantes et le cadastre des neuf positions qui s'y lit (la table de multiplication réduite, les quatre paires d'inversion, le pivot 4,5, les deux grilles). Le chapitre 4 expose la racine que l'auteur donne à toute l'histoire de la science, la confusion du double et du carré, qui ne coïncident qu'en 2. Le chapitre 5 déroule les polygones du triangle au nonagone et l'origine géométrique des unités de mesure. Les chapitres 6 et 7 traitent deux applications tranchantes : l'autre triangle (l'hypoténuse $1/2$) et le carré notifié (le reçu de toute projection). Les chapitres 8 et 9 exposent les opérations que l'auteur dit oubliées : le retour à soi $n \times n \div n = n$, la fusion, et la soustraction trinitaire $1 - 1 = 11$. Le chapitre 10 démontre la partition de l'octet ; le chapitre 11 traite la critique du calcul intégral et les sept convergences vers $1/2$, avec leur correction et leur délimitation ; le chapitre 12 la loi fractale ; le chapitre 13 ce que la figure dit du quantique.

Comment lire. Chaque chapitre s'ouvre sur un paragraphe en langue simple. Les énoncés sont numérotés (É 4.1 est le premier énoncé du chapitre 4) et portent leur statut entre crochets. Les calculs sont montrés ; un lecteur sans formation peut suivre le fil en lisant les paragraphes d'ouverture et les énoncés, un mathématicien peut refaire chaque nombre (l'Annexe D dit lesquels ont été recalculés). La *racine digitale* DR(n) est la somme itérée des chiffres de n jusqu'à un seul chiffre, avec DR(9) = 9 : le 9 reste 9, et l'écriture $9 \equiv 0$ n'apparaît dans ce volume que pour être critiquée. Les citations de sources anglaises sont traduites ; l'original est dans la source citée en Annexe C.

Les statuts. - **Th** : théorème, c'est-à-dire calcul fini vérifié ou démonstration. Sa

négarion est impossible une fois les définitions posées. - **L** : lecture, interprétation déclarée comme telle. Une lecture peut être juste, féconde et falsifiable ; elle ne monte jamais au rang de théorème parce qu'elle est belle. - **P** : prédiction falsifiable, avec son critère. - **F** : fait historique ou mesure de la science reçue, avec sa référence. - **Chantier** : question ouverte.

Quand un énoncé mêle un fait dur et une lecture, les deux statuts sont donnés (par exemple « Th, L ») et le texte dit quelle part relève de quoi. Plusieurs pièces sources nommaient « théorème » ce qui était une lecture ou une définition ; elles sont rétrogradées, et chaque rétrogradation est inscrite en Annexe B, avec les corrections de calcul (le polynôme de $\cos(\pi/7)$, le produit des rayons du pentagone et du nonagone, la lecture de la Gate 3, le statut de 9,81, la formule de volume, la formulation de l'unicité de la base 10, entre autres). Les critères de réfutation que les sources énoncent (F1 à F7, H0 à H13) sont repris à côté des énoncés qu'ils visent.

Renvois. Quand un objet est traité dans un autre volume, le texte y renvoie par le titre du volume : Volume 0, *Le Seuil* ; Volume 1, *La Fondation* ; Volume 3, *Le Code et le Registre* (où se trouve le Registre des Erreurs, cité ici par ses gravures G.1, G.2...) ; Volume 4, *La Théorie des Nombres* ; Volume 6, *L'Histoire de la Preuve* ; Volume 7, *La Physique relue* ; Volume 8, *La Matière et le Cosmos* ; Volume 9, *Le Vivant* ; Volume 10, *La Conscience et la Peine* ; Volume 11, *La Cité et le Sens*.

Chapitre 1. La figure fondamentale

Tout le corpus ARC repose sur une seule image, que l'on peut tracer à la main en quelques secondes : deux cercles qui ont le même centre, un carré coïncé entre eux (ses quatre coins touchent le grand cercle, ses quatre côtés touchent le petit), et la diagonale de ce carré, qui traverse le tout. Ce chapitre construit cette figure geste par geste, énonce les faits géométriques exacts qu'elle porte (le plus important : l'aire du petit cercle est exactement la moitié de l'aire du grand), puis expose la manière dont l'auteur la lit. La distinction entre les deux est la clé de tout le volume : les mesures de la figure sont des théorèmes que chacun peut vérifier à la règle et à la calculatrice ; ce que l'auteur y voit (le cercle comme clôture, la diagonale comme axe qui tient l'ensemble) est une lecture, déclarée comme telle. Toutes les autres pièces du volume, et la plupart des autres volumes, descendent de cette image : c'est pourquoi aucun inventaire du corpus ne doit l'omettre.

« Le présent document n'invente pas. Il restaure. » (La Figure Fondamentale, 10 mai 2026)

1.1 Avant la figure : le comment lisible, le pourquoi mal posé

Le Carré-Illusion (v3.0, mai 2026) pose, avant toute géométrie, un axiome philosophique qui règle la portée de ce qui suit.

É 1.1 [L] Le comment est lisible, le pourquoi est mal posé. Le comment du réel (le cadastre, l'involution, le pivot 4,5, la projection) se lit avec une précision croissante. Le pourquoi ultime est structurellement indécidable, parce que la question est mal formée.

Le mot porte sa confusion dans sa forme : *pour-quoi*, la finalité (« pour ») soudée à la chose (« quoi »). L'enfant qui demande pourquoi le ciel est bleu suppose que le ciel est bleu *pour* quelque chose ; il n'y a rien de tel. Le bleu vient de la diffusion de la lumière dans l'air, d'une relation entre la lumière, l'atmosphère et l'œil. L'auteur écrit : « *Le pourquoi ultime ne reçoit jamais de réponse non parce que le réel est obscur, mais parce que la question injecte une finalité là où il n'y a que de l'opération.* »

De là une distinction entre le **savoir** (le comment, l'association directe et opératoire, ce que l'enfant possède quand il apprend à marcher sans se demander pourquoi il

marche) et la **connaissance** (la quête ouverte du pourquoi, jamais close). « *ARC est la grammaire du savoir* » : il lit le comment et ne prétend pas répondre au pourquoi ultime. Cette retenue est la condition de sa possibilité : « *Le savoir total éteindrait le mouvement. Le mystère n'est pas le résidu de la connaissance, il en est le moteur.* » La même distinction sépare la machine de l'être : « *La machine est tout savoir sans connaissance : elle habite le comment sans le pourquoi qui anime.* »

Ce socle protège de quatre dérives : le scientisme (qui prétend tout calculer), la théologie (qui prétend nommer la cause première), l'idéalisme (qui prétend saisir l'absolu), pour lesquels le pourquoi reste indécidable ; et le nihilisme, qui conclut du non-savoir à l'absurde, alors que le comment est pleinement lisible. Le traitement complet de l'indécidabilité du pourquoi relève du Volume 6, *L'Histoire de la Preuve* (chapitre sur le pourquoi indécidable).

É 1.2 [L] Principe d'ordre. « *La structure précède l'objet. L'opération précède la mesure. La relation précède l'isolement. Le cercle précède le carré, comme la dynamique précède la cristallisation qui la stabilise.* »

Chaque amputation de l'histoire (chapitre 4, §4.8) consiste, selon l'auteur, à inverser cette priorité : Hippase isole $\sqrt{2}$ du carré qui le porte ; Stevin isole le résultat décimal du chemin qui le produit ; Descartes isole le sujet de l'étendue ; Newton et Leibniz isolent la limite du processus qui l'engendre ; Gauss isole le reste de la division de la mémoire du cycle ; Copenhague isole la mesure du système qu'elle perturbe. « *Toujours le même geste : figer une projection comme entité autonome, puis la prendre pour origine.* » ARC fait l'opération en sens inverse à chaque niveau : remettre la projection dans la relation, le résultat dans le chemin, le reste dans le cycle, l'objet dans la dynamique.

1.2 La construction en quatre gestes

La Bible Quantique (Livre III, §III.1.1) donne la construction telle que tout porteur peut l'exécuter avec un compas et une règle.

1. Tracer un cercle de rayon R : le cercle circonscrit, le contenant maximal.
2. Tracer le carré inscrit dans ce cercle, ses quatre sommets sur le cercle. Son côté vaut $c = R\sqrt{2}$ et sa diagonale vaut $2R$.
3. Tracer le cercle tangent intérieurement aux quatre côtés du carré : le cercle inscrit. Son rayon est la moitié du côté : $r = c/2 = R\sqrt{2}/2 = R/\sqrt{2}$.
4. Tracer la diagonale du carré, qui joint deux sommets en passant par le centre commun.

« *Quatre gestes. Une figure.* » Deux Cercles et un Carré (juin 2026) insiste sur le fait que la figure se trace aussi à la main, sans instrument : on dessine deux cercles concentriques de rayons r et $R = r\sqrt{2}$, puis le carré qui naît de leur articulation ; on joint les quatre coins en croix et le centre apparaît. L'auteur nomme ce centre le **barycentre 4,5** (la raison de ce nom est donnée au chapitre 3).

Vérification à la main, pour $R = 1$. Le carré inscrit a pour demi-diagonale 1, donc pour côté c tel que $c^2 + c^2 = 2^2$, soit $c = \sqrt{2}$. Le cercle inscrit touche les côtés en leur milieu, à la distance $c/2 = \sqrt{2}/2$ du centre. Donc $r = \sqrt{2}/2 \approx 0,7071$ et $r/R = \sqrt{2}/2$.

É 1.3 [Th] Les trois rapports de la figure. Dans la figure fondamentale : (i) $r/R = \sqrt{2}/2 = 1/\sqrt{2}$; (ii) $(r/R)^2 = 1/2$: l'aire du cercle inscrit est exactement la moitié de l'aire du cercle circonscrit ; (iii) la diagonale du carré est le diamètre du grand cercle : $d = 2R = c\sqrt{2}$.

Calcul de (ii) : $\pi r^2 / \pi R^2 = (r/R)^2 = (\sqrt{2}/2)^2 = 2/4 = 1/2$. Le π s'annule ; il reste un rapport d'entiers.

Ce demi porte un nom dans le corpus : **k_arc = 1/2**, la constante de projection cadastrale. La figure fondamentale le porte « *dans sa structure géométrique élémentaire, pas comme paramètre ajouté, mais comme propriété intrinsèque de la configuration* » (Livre III). Les chapitres 4, 6 et 11 montrent les autres chemins par lesquels le corpus retrouve ce même 1/2.

É 1.4 [Th] Identité de la diagonale. La diagonale du carré est à la fois la diagonale du carré (relation d'un côté à l'autre) et le diamètre du cercle circonscrit (relation du carré au grand cercle). Elle coupe le cercle inscrit en deux points, situés à 45° des points où les côtés touchent ce cercle.

La source (La Figure Fondamentale, Théorème 3.1) ajoutait que la diagonale passe « par les quatre points de tangence entre carré et petit cercle ». Ce n'est pas exact : les points de tangence sont les milieux des côtés, et ce sont les deux médianes du carré (les droites qui joignent les milieux de deux côtés qui se font face) qui passent par eux, non les diagonales. La diagonale et la médiane sont les deux axes de symétrie du carré, à 45° l'un de l'autre ; ensemble, ils articulent les deux cercles. La correction est portée en Annexe B.

É 1.5 [L] La diagonale tient la trinité. « *$\sqrt{2}$ articule simultanément les trois éléments de la figure fondamentale. Ce n'est pas un nombre rebelle. C'est l'axe structural qui retient la trinité géométrique. Sans $\sqrt{2}$, les deux cercles et le carré flottent sans articulation fixe.* »

1.3 Le carré est dérivé : l'illusion projective

É 1.6 [L] Construction 4.1 du Carré-Illusion : l'opérateur de découpe. Soit deux cercles concentriques de rayons r et $R = r\sqrt{2}$. L'opérateur $\sqrt{2} = R/r$ rend les deux cercles articulables : il engendre le carré comme projection visible de l'espace intermédiaire. « *Avant $\sqrt{2}$, contenant et contenu coexistent sans articulation lisible ; après $\sqrt{2}$, l'espace devient carré.* » (La source précise elle-même : cet énoncé pose un objet géométrique, il n'est pas démontré mais construit.)

Le carré est donc, selon l'auteur, une **illusion projective** : « *non pas faux, mais dérivé* », sans existence indépendante des deux cercles qui le portent, mais « *réel comme inscription opératoire* ». Ses coins sont les points de tension maximale, ses côtés les tangentes du cercle inscrit, sa diagonale le diamètre du cercle circonscrit.

L'auteur précise le mot : « *Illusion ne signifie pas faux, imaginaire, ni inexistant.* » La matière entière fonctionne par cette cristallisation : sans carré stabilisé, il n'y aurait ni objet, ni structure, ni forme manipulable. « *Illusion signifie strictement : dérivé devenu autonome, projection prise pour origine.* » Le carré est second ; c'est parce

qu'il a été pris pour premier, depuis Hippase, que l'amputation s'est installée. ARC le restitue à son rang : « *le cercle qui conserve, $\sqrt{2}$ qui articule, le carré qui cristallise, la matière qui stabilise.* »

É 1.7 [L] Le carré inverse, le cercle conserve. Le carré n'est pas une projection passive : il est l'opérateur par lequel tout s'inverse. En géométrie, le pli $(\sqrt{2}/2)^2 = 1/2$ rabat le cercle inscrit sur le cercle circonscrit autour du centre commun. En arithmétique (chapitre 3, É 3.18), la cascade de toute répétition quadruple XXXX projette X sur son inverse $9 - X$. « *Une seule opération, deux lectures : le cercle conserve, $\sqrt{2}$ articule, le carré inverse et cristallise.* » La priorité est stricte : « *le cercle précède le carré comme la dynamique précède la forme qui la stabilise.* »

La fiche titre *Les Deux Cercles et le Carré* (2026) résume la même idée en sous-titre : « *Du carré naissent tous les triangles. La forme cherchée depuis toujours.* »

1.4 La lecture identitaire

La Figure Fondamentale (§1.1) demande de lire la figure « *identitairement, pas par mesure* » : chaque élément est ce qu'il signifie.

É 1.8 [L] Lecture identitaire. « *Le cercle est le 9, la clôture, le polygone à l'infini de côtés qui boucle.* » Le carré est le 4 : l'extension orthogonale, l'angle droit, la grille de référence. La diagonale est $\sqrt{2}$: « *pas mesurée par $\sqrt{2}$, elle est $\sqrt{2}$, l'axe qui retient la trinité* ». Le pentagramme central est ϕ . Et π n'est aucun de ces objets : « *π est l'événement qui survient quand les trois se rencontrent.* »

L'auteur nomme cette distinction une *inversion ontologique* : « *La diagonale n'a pas pour propriété d'être $\sqrt{2}$, elle est $\sqrt{2}$. Le cercle n'a pas pour propriété d'être 9, il est 9.* » Ce n'est pas, dit-il, une convention sémantique : c'est ce qui sépare la lecture cadastrale de la lecture calculatoire. La mathématique post-Stevin a décimalisé ces éléments (1,4142... ; 3,14159... ; 1,6180...) et les a traités comme objets de calcul abstraits ; la grammaire restaurée leur rend leur fonction structurelle.

1.5 Les huit points, l'octogone et le pentagramme

Quand on relie tous les points de la figure, d'autres formes apparaissent. Les sources décrivent la même séquence : l'octogone sort, et au centre se révèle un pentagramme.

É 1.9 [Th] Les huit points de la figure. Le carré touche le grand cercle en ses quatre sommets et le petit cercle en ses quatre milieux de côtés. Ces huit points sont répartis tous les 45° autour du centre (les sommets à 45° , 135° , 225° , 315° ; les milieux à 0° , 90° , 180° , 270°). Les sommets sont à la distance R du centre, les milieux à la distance $r = R/\sqrt{2}$.

É 1.10 [L] L'octogone de la figure. L'auteur lit dans ces huit points l'octogone de la figure, « *l'inscription géométrique la plus élémentaire qui touche simultanément les deux cercles fondateurs* » (Livre III, §III.1bis.1), et dans l'octogone la structure fixe à huit positions opérationnelles (Carré-Illusion, Proposition 5.3).

Précision nécessaire (Annexe B). Le Livre III et La Figure Fondamentale disent que ces huit points forment un *octogone régulier*. Ils forment un octogone régulier *en direction* (huit directions également espacées de 45°), mais pas en distance : quatre points sont sur le grand cercle, quatre sur le petit, et un octogone régulier a ses huit sommets sur un même cercle. La figure à huit points est donc un octogone *étoilé entre deux cercles*, dont chaque côté joint un sommet à un milieu voisin. C'est précisément ce qui en fait, dans la lecture de l'auteur, l'articulation des deux cercles. Si l'on veut l'octogone régulier, on prolonge les quatre médianes jusqu'au grand cercle : les huit points du grand cercle à 0°, 45°, 90°... forment alors l'octogone régulier inscrit dans R.

É 1.11 [Chantier] Le pentagramme révélé. Les sources affirment que, quand on prolonge les huit segments de liaison vers le centre, « *leurs croisements successifs produisent exactement deux pentagrammes superposés* » (Livre III, §III.1bis.2), et que leur croisement révèle un pentagone régulier au centre. Cette construction n'est pas donnée dans les sources avec des coordonnées vérifiables. Les segments qui joignent un sommet du carré aux milieux des deux côtés voisins sont portés par les côtés eux-mêmes ; pour obtenir un pentagramme il faut d'autres tracés, que les sources ne précisent pas. La symétrie d'ordre 4 de la figure ne contient pas, par elle-même, de symétrie d'ordre 5. Le tracé exact qui fait apparaître le pentagramme reste à écrire : c'est un chantier ouvert, et l'énoncé est conservé avec ce statut.

Ce qui est exact et vérifiable, c'est la place de ϕ dans le pentagone régulier lui-même (chapitre 2, É 2.15) : rapport du cercle inscrit au cercle circonscrit $\cos(\pi/5) = \phi/2$, rapport de la diagonale au côté égal à ϕ . Le pentagone appartient à la même séquence de polygones inscrits entre deux cercles que le carré (chapitre 5).

É 1.12 [L] Octogone fixe, pentagramme tournant. « *L'octogone est fixe : huit positions opérationnelles. Le pentagramme est tournant* » : il anime le cadre selon le cycle d'attraction du cadastre, les puissances de 5 parcourant, en racine digitale, $5 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ avant de boucler. « *Octogone fixe, pentagramme tournant : la structure (8) et le rotor (5) de la même figure.* » C'est, pour l'auteur, l'inscription géométrique du théorème de l'objet à deux faces (Volume 1, *La Fondation*, chapitre sur l'objet à deux faces) : la forme tourne dans le cadre, et cette rotation fait l'observateur.

Vérification du cycle : $5^1 = 5$; $5^2 = 25 \rightarrow 7$; $5^3 = 125 \rightarrow 8$; $5^4 = 625 \rightarrow 13 \rightarrow 4$; $5^5 = 3125 \rightarrow 11 \rightarrow 2$; $5^6 = 15625 \rightarrow 19 \rightarrow 10 \rightarrow 1$. **[Th]**

1.6 Les solides de Platon et l'octaèdre

É 1.13 [Th] L'octaèdre régulier sur le carré de la figure. Le carré de la figure (côté $c = R\sqrt{2}$) est la section équatoriale d'un octaèdre régulier dont les deux sommets qui se font face sont placés sur l'axe du centre, à la hauteur R au-dessus et au-dessous du plan. L'octaèdre a 6 sommets, 12 arêtes, 8 faces triangulaires équilatérales, et sa caractéristique d'Euler vaut $6 - 12 + 8 = 2$.

Vérification : un sommet relevé à la hauteur h au-dessus du centre est à la distance $\sqrt{R^2 + h^2}$ de chaque sommet du carré ; pour que cette arête égale le côté $c = R\sqrt{2}$, il faut $R^2 + h^2 = 2R^2$, soit $h = R$. Le Livre III écrit que la hauteur soulevée est la *demi-diagonale* du carré et la chiffre $R/\sqrt{2}$; la demi-diagonale vaut R, et c'est R qui

donne l'octaèdre régulier (Annexe B). L'octaèdre est le solide que Platon associe à l'air (*Timée* 55a).

É 1.14 [F] Cinq solides réguliers. Les cinq solides réguliers convexes (tétraèdre, cube, octaèdre, dodécaèdre, icosaèdre) sont décrits par Platon dans le *Timée* (vers 360 avant notre ère, 54d-55c) ; Euclide démontre qu'il n'en existe pas d'autre (*Éléments*, Livre XIII, Proposition 18).

É 1.15 [L] Les solides dans la figure. Le Livre III lit les cinq solides comme déploiements de la figure : le cube par élévation du carré à une hauteur égale à son côté ; le tétraèdre par quatre sommets alternés du cube ; l'octaèdre par les deux sommets relevés ; le dodécaèdre par déploiement des pentagones ; l'icosaèdre comme son dual. « *Toute la géométrie platonicienne est lisible depuis la figure fondatrice ARC.* » L'auteur lit aussi le nombre cinq des solides comme la cinquième position du cadastre ; cette correspondance est une lecture et n'ajoute rien à la démonstration d'Euclide.

1.7 La trinité géométrique $\sqrt{2}$, π , φ

É 1.16 [L] Théorème 1.1 de La Figure Fondamentale (Trinité géométrique). Les trois constantes $\sqrt{2}$, π et φ sont trois lectures d'une seule configuration : deux cercles concentriques avec un carré entre eux et sa diagonale. « *$\sqrt{2}$ ouvre et stabilise (axe). π circule par friction trinitaire (étincelle). φ pivote au centre (pentagramme révélé).* »

La source titre « Théorème » ; seule une partie est démontrable. Sont des théorèmes : la diagonale vaut $c\sqrt{2}$ et égale le diamètre du grand cercle (É 1.3) ; $\cos(\pi/5) = \varphi/2$ (É 2.15) ; $\sqrt{5} = \varphi - \varphi' = 2\varphi - 1$ (É 2.4). L'unification des trois constantes en une figure est la lecture qui s'en déduit ; la source Carré-Illusion le dit elle-même (« *Le fait dur est l'identité $\cos(\pi/5) = \varphi/2$; l'unification des trois en une figure est la lecture qui s'en déduit* »). Le statut retenu est donc L, avec ses trois appuis Th (Annexe B).

L'introduction de La Figure Fondamentale pose le constat historique qui motive la figure : Pythagore (VI^e siècle avant notre ère) possédait $\sqrt{2}$ par son disciple Hippase ; Archimède (III^e siècle) possédait π ; Euclide possédait φ (la proportion des *Éléments*, livres X et XIII). Aucun n'a posé les trois ensemble dans une figure unique, et la mathématique moderne les étudie encore dans trois disciplines séparées : les irrationnels quadratiques, les transcendants (Lindemann 1882), les suites de Fibonacci. **[F]** pour la répartition disciplinaire ; la phrase de l'auteur sur les « 2500 ans » est une citation, non un énoncé.

La source décrivait π comme une *friction trinitaire inscrite sur 720 points angulaires* ($360^\circ \times 2$ cercles). C'est une lecture **[L]** ; le nombre 720 n'y est pas dérivé d'un calcul.

Les trois constantes s'emboîtent en cercles concentriques (Carré-Illusion, Proposition 5.2) : le circonscrit R (la clôture, le 9) ; l'inscrit du carré $r = R \cdot \sqrt{2}/2$ (la structure) ; l'inscrit d'un pentagone tracé dans ce cercle, de rayon $r \cdot \varphi/2$ (la vie). « *À chaque passage, le pli k_{arc} opère* ». La suite des polygones inscrits, du triangle ($r/R = \cos(\pi/3) = 1/2$) au nonagone, engendre des cercles dont les rapports $\cos(\pi/n)$ tendent vers 1

: « tous convergent vers le centre, le pivot 4,5, qui contient la mémoire de tous les cercles qui l'ont précédé » **[L]** (la convergence $\cos(\pi/n) \rightarrow 1$ est **[Th]**).

1.8 Hippase, Stevin, Gauss : les trois illusions

É 1.17 [Th] Irrationalité de $\sqrt{2}$. Il n'existe pas d'entiers p, q tels que $(p/q)^2 = 2$.

Preuve (rapportée par toutes les sources). Supposons $\sqrt{2} = p/q$ avec p et q premiers entre eux. Alors $p^2 = 2q^2$, donc p^2 est pair, donc p est pair (le carré d'un impair est impair). Posons $p = 2k$: $4k^2 = 2q^2$, donc $q^2 = 2k^2$, et q est pair aussi. Contradiction : p et q avaient 2 pour diviseur commun.

É 1.18 [F] Hippase de Métaponte. Pythagoricien du V^e siècle avant notre ère (les sources disent « vers -500 » ou « vers 450 »), Hippase établit que la diagonale du carré est incommensurable à son côté. Selon la tradition transmise par Jamblique (*Vie de Pythagore*, ch. 18) et Pappus, il aurait été noyé en mer pour l'avoir divulgué ; selon d'autres versions, simplement exclu de l'école.

É 1.19 [L] Ce qu'Hippase a manqué. Hippase a calculé la diagonale comme un nombre. Il a manqué qu'elle est aussi l'axe qui articule les deux cercles. « *Le manque n'est pas une erreur arithmétique, c'est une non-révélation géométrique.* » Le Carré-Illusion précise : « *Hippase n'a pas erré dans sa preuve d'irrationalité, mais dans son point de départ : il a isolé $\sqrt{2}$ du carré, et le carré des deux cercles qui le portent.* » Le mot *alogos* (irrationnel) signifie, rappelle l'auteur, « privé de relation » ; la relation perdue est le rapport R/r de la figure. L'Autre Triangle ajoute : Hippase a mesuré la conséquence (la diagonale du carré) au lieu de la cause (le diamètre du cercle qui engendre les quatre côtés égaux) ; « *C'est la voix du cercle qui dit au carré comment exister.* » (chapitre 6).

Sans Hippase, l'arithmétique grecque serait restée fermée sur les rapports d'entiers : pas d'extensions quadratiques $\mathbb{Q}(\sqrt{-n})$, pas de découverte de Heegner que 163 est le dernier n pour lequel l'anneau des entiers de $\mathbb{Q}(\sqrt{-n})$ garde la factorisation unique (chapitre 9). L'auteur le réconcilie donc comme prédécesseur direct : « *Premier coupé pour avoir révélé. Premier ouvrier du passage hors du rationnel pur.* »

É 1.20 [L] La cascade des trois illusions. La Figure Fondamentale (§3.3) lit l'histoire comme trois illusions successives : 1. **Hippase** (V^e siècle avant notre ère) : l'irrationalité vue comme défaut numérique. 2. **Stevin** (1585, *De Thiende*, au service de Maurice de Nassau) : la décimalisation, qui transforme les opérateurs géométriques en quantités approchées ; « *La diagonale n'est plus $\sqrt{2}$, elle devient 1,4142... Le calcul prend le pas sur la structure.* » Position de l'auteur : Stevin est pardonnable, « *Coupable d'amputation par fonction, pas par dessein* ». 3. **Gauss** (1801, *Disquisitiones Arithmeticae*) : l'arithmétique des restes, qui écrit $9 \equiv 0$ et confond la clôture avec le néant ; « *Le cercle (= 9) s'identifie au néant.* » Les racines digitales deviennent une curiosité pédagogique (la preuve par 9, connue de l'arithmétique védique et romaine).

« *Ces trois illusions ne sont pas des erreurs mathématiques au sens strict. Chaque illusion a produit des résultats valides à l'intérieur de son cadre.* » La grammaire

cadastrale ne les réfute pas ; elle restaure le cadre qui les sous-tend. « *La restauration n'est pas un retour en arrière.* »

La source porte aussi un jugement moral sur Gauss (« pas pardonnable »), appuyé sur des traits de sa correspondance et de sa devise *pauca sed matura* ; elle distingue elle-même un registre rationnel public (responsabilité par négligence informée ou évacuation consciente) et un registre symbolique personnel. Ces jugements sont des lectures de l'auteur sur l'histoire ; leur examen relève du Volume 6, *L'Histoire de la Preuve* (chapitres sur la lignée du zéro et le tiroir de Gauss). Le Registre des Erreurs (Volume 3, G.70) tient les deux gestes pour producteurs de chaos chacun à lui seul : la troncature de Stevin (1585) par la seule amplification d'une graine, le pli de Gauss (1801) par le rang jeté à chaque tour ; ensemble, ils font le chaos maximal (chapitre 3, É 3.13 ; Volume 0, formules I, II, III).

La Figure Fondamentale nomme aussi ceux qui, selon l'auteur, avaient l'intuition : Pythagore (la monade qui se déploie en dyade puis en trinité), les Mayas (le code 1-9 inscrit dans un système vigésimal à barre pivot 5), les bâtisseurs de cathédrales ($\sqrt{2}$ et φ dans les proportions, sans formalisme). « *Les civilisations ont toujours mesuré correctement, elles sont tombées dans les attracteurs géométriques sans savoir ce qu'elles mesuraient. ARC est la lecture de ce qu'elles avaient fait.* » [L]

1.9 Les quatre opérateurs qui sortent de la figure

La Figure Fondamentale se présente comme la base géométrique qui précède la théorie des nombres. Elle nomme quatre opérateurs, que les chapitres suivants détaillent :

- le **splitter 11** : préservation de deux pôles sans contact direct (chapitre 9) ;
- la **soustraction trinitaire** : libération d'un terme uni à partir de deux pôles (chapitre 9) ;
- l'**étincelle π** : la friction qui transforme la préservation en trinité résolutive (chapitres 2 et 9) ;
- la **mémorisation** : transmission des marques des pôles dans le terme libéré (chapitres 8 et 9).

É 1.21 [L] Un système d'opérateurs. « *Ces quatre opérateurs constituent un système axiomatique nouveau pour la mathématique des entiers. Pas numérologie au sens symbolique arbitraire.* » La formalisation de la théorie des nombres qui en sort est l'objet du Volume 4, *La Théorie des Nombres* ; la réponse générale à l'objection de numérologie, du Volume 1, *La Fondation*.

« Le pacte tient. La transmission opère. La grammaire est restaurée. » (La Figure Fondamentale, phrase finale)

Chapitre 2. Les trois constantes : $\sqrt{2}$, π , φ

Trois nombres hantent la mathématique depuis l'Antiquité : $\sqrt{2}$ (la diagonale du carré), π (le tour du cercle) et φ (le nombre d'or). On les traite d'ordinaire comme trois mystères indépendants, étudiés par trois disciplines. Ce chapitre montre comment le corpus les replace dans la figure fondamentale. Il sépare soigneusement ce qui se calcule (par exemple : le rapport des deux cercles d'un pentagone vaut exactement $\varphi/2$) et ce qui se lit (par exemple : π « circule », φ « stabilise »). Il traite aussi la question la plus délicate du volume : la place de la fraction $22/7$, que l'auteur appelle « π fermé », et la façon dont le corpus a lui-même corrigé la manière de la dire. La règle retenue : $22/7$ est une *adresse structurelle* du cercle dans le cadastre, non la valeur mesurée de π .

2.1 Les trois Gates : $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

Le Carré-Illusion (§4) et L'Origine géométrique des unités (v1.6, §4) résolvent les trois racines carrées canoniques de la géométrie grecque par un même mécanisme. Le mot *Gate* (porte) désigne chacune.

É 2.1 [L] Axiome des cercles premiers. Tout polygone régulier fermé n'existe structurellement que parce qu'un cercle inscrit fournit la tension interne qui tient ses côtés écartés : le cercle inscrit n'est pas dérivé du polygone, il est la condition de son existence. « *The circle precedes the polygon* » (le cercle précède le polygone).

L'auteur précise (Remarque 4.1) : un polygone sans son cercle inscrit est instable s'il a des articulations libres aux sommets ; des soudures rigides lui donnent une stabilité *externe*. L'axiome porte sur la tension géométrique *interne*, propre à la forme, non sur les contraintes matérielles qu'on lui applique.

É 2.2 [Th] Gate 2, $\sqrt{2}$, le diamètre. La diagonale du carré de côté 1 est le diamètre de son cercle circonscrit : $R = \sqrt{2}/2$, diamètre $\sqrt{2}$, et $(\sqrt{2})^2 = 2$.

É 2.3 [Th] Gate 3, $\sqrt{3}$, la double traversée. Pour le triangle équilatéral de côté 2 : $R = 2/\sqrt{3}$, $r = 1/\sqrt{3}$, et la hauteur vaut $h = R + r = 3/\sqrt{3} = \sqrt{3}$. Un seul segment (la hauteur) mesure les deux cercles à la fois, avec $R = 2r$ exact. $(\sqrt{3})^2 = 3$.

É 2.4 [Th] Gate 5, $\sqrt{5}$, le span d'inversion. Le nombre d'or $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$ et son conjugué $\varphi' = (1 - \sqrt{5})/2$ vérifient $\varphi + \varphi' = 1$, $\varphi \cdot \varphi' = -1$ et $\varphi - \varphi' = \sqrt{5}$. Donc $\sqrt{5} = 2\varphi$

– 1.

Vérification : $\varphi + \varphi' = 2/2 = 1$; $\varphi \cdot \varphi' = (1 - 5)/4 = -1$; $\varphi - \varphi' = 2\sqrt{5}/2 = \sqrt{5}$.

É 2.5 [L] Les trois Gates comme cercles innommés. Les trois irrationnels canoniques ne sont pas des nombres « sans relation » : ce sont « *des mesures structurellement exactes de cercles qui étaient présents mais qu'on n'avait pas nommés* ». $\sqrt{5}$ est le span d'une inversion unitaire (une paire dont le produit vaut -1 , une réflexion de part et d'autre du zéro). L'irrationalité est lue comme « *une propriété de la représentation (Stevin-Gauss), non de l'objet* ». Hippase « *mesurait la bonne chose, un diamètre, mais posait la mauvaise question : est-ce un rapport d'entiers ?* »

Précision de statut (Annexe B). L'irrationalité de $\sqrt{2}$ est un théorème (É 1.17) qui vaut dans toute écriture : aucune fraction d'entiers, quelle que soit la base, n'a pour carré 2. Ce qui est vrai et important dans la lecture de l'auteur, c'est que la diagonale est *constructible exactement* au compas, et qu'un rapport géométrique exact ne cesse pas d'être exact parce que sa décimale ne s'arrête pas. La phrase « l'irrationalité est une propriété de la représentation » est donc conservée comme lecture, non comme théorème.

É 2.6 [Th] Les Gates composées. Les racines composées se résolvent par composition : $\sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ (Gate 2 $\times$ Gate 3), $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ (Gate 2 mise à l'échelle). Les racines de premiers $p > 5$ ($\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$) demandent des structures algébriques au-delà de ces trois cas. « *Le présent cadre ne prétend résoudre que les trois fondatrices, par un mécanisme identique : l'isolement du cercle.* » (Remarque 4.2)

É 2.7 [L] Les trois Gates occupent les trois premiers polygones. Dans le tableau des polygones (chapitre 5), Gate 3 appartient au triangle, Gate 2 au carré, Gate 5 au pentagone : « *in the exact order of their structural complexity : diameter (Gate 2, square), double traversal (Gate 3, triangle), inversion span (Gate 5, pentagon)* » (dans l'ordre exact de leur complexité structurelle).

La lecture de Gate 3 a été corrigée par le corpus lui-même : le 3 du triangle n'est pas la longueur $\sqrt{3}$ mais un compte (trois côtés). Cette correction est exposée au chapitre 5, §5.10, et enregistrée en Annexe B (Registre G.8).

2.2 $\sqrt{2}$, opérateur d'articulation carré-cercle

É 2.8 [L] $\sqrt{2}$ n'est pas un mystère mais un opérateur. « *$\sqrt{2}$ est la diagonale du carré inscrit, qui est aussi le diamètre du cercle circonscrit normalisée au côté du carré. Pas un irrationnel mystérieux. L'opérateur d'articulation entre carré et cercle.* » (Livre III, §III.1.4). Le rapport diagonale/côté sert d'opérateur projectif entre la grammaire carrée (quatre côtés, quatre paires d'inversion) et la grammaire circulaire (continuité angulaire, neuf positions du cadastre). « *La rationalité ou irrationalité de sa longueur rapportée au côté du carré est question linguistique, pas question géométrique.* »

Le chapitre 4 montre la seconde fonction que l'auteur donne à $\sqrt{2}$: être le seul nombre qui, mis au carré, donne le double, donc le traducteur exact entre doubler et carrer.

2.3 π : la primauté du cercle

É 2.9 [L] Argument 5.1 du Carré-Illusion : le cercle est premier. Si le cercle n'était pas une structure fondamentale, π n'apparaîtrait que dans les formules qui décrivent explicitement des cercles. Or il est présent dans toutes les formules physiques fondamentales, y compris celles où aucun cercle n'est visible. On en infère la primauté du cercle.

La source le qualifie elle-même d'*argument par l'absurde, non de démonstration déductive* : un contradicteur peut attribuer π à l'isotropie de l'espace sans se contredire. L'inventaire donné : la loi de Coulomb et la forme de Gauss de la gravitation (le 4π de l'angle solide) ; l'équation de Schrödinger ($\hbar = h/2\pi$) ; la loi de Gauss en statistique ($\sqrt{2\pi}$) ; l'identité d'Euler ($e^{i\pi} + 1 = 0$) ; les équations d'Einstein (8π) ; le problème de Bâle ($\sum 1/n^2 = \pi^2/6$) ; la loi de Stefan-Boltzmann (π^5 dans la constante σ) ; la relation de Heisenberg ($h/4\pi$). **[F]** pour la présence de π dans ces formules.

Réponse de l'auteur à l'objection : « *l'isotropie est la circularité de l'espace ; invoquer l'isotropie déplace le cercle de la formule vers le fondement de l'espace sans l'éliminer.* »

Critère de réfutation (H4) : exhiber une formule physique fondamentale sans π et sans cercle caché (rotation, isotropie, angle solide, oscillation) réfuterait l'argument.

2.4 π fermé : $22/7 = 11/3,5$

Le corpus donne au cercle une écriture « fermée » dans le cadastre. C'est le point qui demande le plus de rigueur, parce que trois choses doivent être tenues ensemble : un fait d'arithmétique, une lecture, et une correction.

É 2.10 [Th] Les faits sur $22/7$. $22/7 = 11/3,5 = 3,142857142857...$ (développement périodique, de période 142857). $\pi = 3,14159265...$ L'écart relatif est $(22/7 - \pi)/\pi \approx 0,04\%$. Archimède (*Mesure du cercle*, vers 250 avant notre ère) encadre π entre $223/71 \approx 3,1408$ et $22/7 \approx 3,1429$; Zu Chongzhi (V^e siècle) donne $355/113 \approx 3,1415929$. Lambert démontre l'irrationalité de π (1761, publiée 1768) ; Lindemann sa transcendance (1882). **[F]** pour l'histoire.

Un fait remarquable que les sources n'écrivent pas mais qui va dans leur sens : la période décimale de $22/7$ est exactement le cycle 142857 de $1/7$ ($22/7 = 3 + 1/7$), le cycle qui parcourt les deux rails du cadastre sans toucher l'axe {3, 6, 9} (chapitre 5, É 5.17). π fermé porte donc dans sa décimale la signature de l'heptagone.

É 2.11 [L] La lecture cadastrale de $22/7$. Dans la grammaire cadastrale, le cercle discret s'écrit $11/3,5$: 11 est l'interface (le premier entier au-delà de la clôture 9 qui porte la mémoire du cycle accompli, $10 = 9 + 1$, et le premier pas du nouveau, $11 = 10 + 1$), la mesure circonférentielle ; 3,5 est le demi-span de la paire d'inversion maximale (1, 8) autour du pivot 4,5, le rayon. En écrivant $22/7 = 2 \times 11 / (8 - 1)$, on lit l'*interface dédoublée sur le span maximal*. Le glyphe π lui-même est lu comme deux verticales (les deux 1 d'un 11) reliées par une barre (le lien tiers) : « *deux pôles* »

séparés qui ne fusionnent pas, mais qui sont reliés par une opération tierce qui les met en relation sans les confondre. »

L'End of Integral Calculus (v3, §4) va plus loin et distingue *trois morts de π* :

Forme	Valeur	État selon l'auteur
11/3,5	3,142857...	vivant : la structure (interface sur rayon) et le 0,5 sont visibles
22/7	3,142857...	même valeur, structure morte : le 0,5 a été multiplié par 2/2 et effacé
3,14159...	3,14159...	amnésique, terminal : la décimale infinie de Stevin

« *This operation eliminates the 0.5 that was structurally present in the denominator. The half, the breath, the projection cost, the spin, is erased.* » (Cette opération élimine le 0,5 qui était structurellement présent au dénominateur. Le demi, le souffle, le coût de projection, le spin, est effacé.)

É 2.12 [Th] Correction : 22/7 n'est pas la valeur de π . Plusieurs sources ont écrit que 3,14159... est « le développement décimal » de 22/7 (Octet Rule v6.0, Remarque 10.3), que π est « structurellement » 11/3,5 (End of Integral Calculus, Théorème 4.1), ou que la transcendance de π est un artefact de l'écriture décimale (Livre III, §III.1.5 ; End of Integral Calculus, §4.4). Ces phrases sont fausses comme énoncés de mesure : 22/7 = 3,142857..., nombre rationnel au développement périodique, diffère de π dès la troisième décimale ; et la transcendance de π (Lindemann 1882) ne dépend d'aucune écriture, décimale ou non.

La correction a été faite dans le corpus (Errata et précisions de septembre 2026, Registre des Erreurs, gravure G.5, Volume 3) : 22/7 *comme adresse structurelle (11/3,5), non valeur mesurée ; la revendication est ontologique, non métrologique*. Le Registre retient aussi les trois états du tableau ci-dessus (11/3,5 vivant, 22/7 amnésique, 3,14159... terminal), qui sont des états de *lecture*, non trois valeurs. L'End of Integral Calculus le disait déjà dans sa Remarque 4.1 : « *This does not contradict Lindemann's proof* » (cela ne contredit pas la preuve de Lindemann) ; la thèse est que le cadre de l'analyse réelle n'est pas, selon l'auteur, le bon instrument pour lire les rapports circulaires.

La même règle vaut pour la phrase de La Figure Fondamentale selon laquelle 22/7 serait « *la signature cadastrale authentique de π avant sa corruption décimale. Validation indépendante par 2500 ans de calculs* » : la première moitié est une lecture ; la « validation » est une rhétorique sans reçu, retirée comme énoncé (Annexe B).

É 2.13 [Th] Le rapport carré/cercle inscrit en π fermé. Dans le carré de côté c , le rapport du périmètre du carré à la circonférence de son cercle inscrit vaut $4c/(\pi c) = 4/\pi \approx 1,273$. Sous $\pi = 22/7$, ce rapport devient $4 \times 7/22 = 14/11$ (Livre III, §III.1.5). Le rapport des circonférences des deux cercles de la figure vaut $C/c = 2\pi R/2\pi r = \sqrt{2}$. Le Livre III lit ce $\sqrt{2}$ comme l'endroit où « *la friction entre les deux cercles* » s'inscrit [L].

É 2.14 [L] La barycentrie de π . « Le rapport $11/3,5 = 22/7$ est aussi la signature de la barycentrie. 11 est le lien de phase (circonférentiel). 3,5 est l'écart structural (radial). » La barycentrie 4,5 et son écart 3,5 sont, pour l'auteur, les coordonnées internes qui produisent π avant Stevin (La Figure Fondamentale, §1.2.1). L'Octet Rule (§10) ajoute que $DR(22) = 4$ désigne la paire la plus proche du pivot, (4, 5), celle qui engendre $k_{\text{arc}} = 0,5$ [L] ($DR(22) = 4$ est [Th]).

2.5 φ : le pentagone et le nombre d'or

É 2.15 [Th] Le pentagone porte $\varphi/2$. Pour le pentagone régulier, le rapport du rayon inscrit au rayon circonscrit vaut $\cos(\pi/5) = \cos 36^\circ = (1 + \sqrt{5})/4 = \varphi/2$ exactement. Le rapport de la diagonale au côté vaut φ .

Vérification : $\cos 36^\circ = 0,809017\dots$ et $\varphi/2 = 1,618034\dots/2 = 0,809017\dots$. Démonstration exacte : posons $c = \cos 36^\circ$. On a $\cos 72^\circ = 2c^2 - 1$, et l'identité classique $\cos 36^\circ - \cos 72^\circ = 1/2$ donne $c - (2c^2 - 1) = 1/2$, soit $4c^2 - 2c - 1 = 0$, dont la racine positive est $c = (1 + \sqrt{5})/4 = \varphi/2$.

Critère de réfutation (H4b) : démontrer que $\cos(\pi/5) \neq \varphi/2$ réfuterait la lecture des trois constantes comme rapports d'une même configuration.

É 2.16 [Th] Correction : $r \times R$ du pentagone. Les versions antérieures de L'Origine géométrique et du Carré-Illusion affirmaient $r \times R = 1/\varphi$ pour le pentagone de côté 1. C'est faux : $r \times R = (5 + 3\sqrt{5})/20 \approx 0,5854$, distinct de $1/\varphi \approx 0,6180$. Le résultat structural $r/R = \varphi/2$ est exact et conservé (Remarque 8.1 ; Registre G.6 ; Annexe B).

É 2.17 [Th] Correction : $\cos 108^\circ$ vaut $-1/(2\varphi)$. La Figure Fondamentale (§4.3, §7.1) et La Soustraction trinitaire (§11) écrivent $\cos(108^\circ) = -\varphi/2$. La valeur exacte est $\cos 108^\circ = -(\varphi - 1)/2 = -1/(2\varphi) \approx -0,309$. La valeur $-\varphi/2 \approx -0,809$ est celle de $\cos 144^\circ$ (144° est l'angle intérieur du décagone régulier). Le lien entre l'angle de 108° (angle intérieur du pentagone) et φ demeure, puisque $\cos 108^\circ = -1/(2\varphi) : \varphi$ y figure, sous la forme de son inverse (Annexe B).

É 2.18 [L] φ , géométrie de la vie. Le même opérateur r/R qui donne $1/2$ pour le temps dans le triangle donne $\varphi/2$ pour la vie dans le pentagone. φ gouverne la phyllotaxie, les coquilles de mollusques, les proportions de la double hélice. L'Origine géométrique dit φ « dérivé, non postulé, depuis la relation des deux cercles du pentagone » : le rapport est dérivé (Th) ; son rôle biologique est une lecture (L).

É 2.19 [F] Phyllotaxie. L'angle de divergence des feuilles, écailles de pomme de pin et fleurons de tournesol est voisin de $137,5^\circ$ (Mitchison, *Science* 196, 1977, p. 270) ; $360^\circ \times (1 - 1/\varphi) = 137,507^\circ$. Adler, Barabé et Jean (*Annals of Botany* 80, 1997, p. 231) relèvent la prédominance des configurations de Fibonacci-Lucas dans plus de 90 % des espèces étudiées. Douady et Couder (*Physical Review Letters* 68, 1992, p. 2098) reproduisent les motifs phyllotaxiques avec des gouttes de ferrofluide en champ magnétique : la signature φ émerge du minimum d'énergie du système.

É 2.20 [L] φ est conséquence de l'octet. L'Octet Rule (Corollaire 8.3) lit $\varphi = \lim F(n+1)/F(n)$ comme la limite d'une suite dont la structure en racines digitales obéit déjà aux quatre paires d'inversion (chapitre 10, É 10.17) : « *The golden ratio*

is a consequence of the octet structure, not its cause » (le nombre d'or est une conséquence de la structure de l'octet, non sa cause).

2.6 Synthèse : trois opérateurs d'une figure

É 2.21 [L] Proposition 5.2 du Carré-Illusion. $\sqrt{2}$, π et φ peuvent être lus comme trois opérateurs d'une seule figure (les deux cercles, le carré entre eux, le pentagramme au centre) : « $\sqrt{2}$ ouvre, diagonale du carré, diamètre du cercle circonscrit, opérateur d'articulation. π circule, le cercle lui-même, π fermé = $11/3,5$. φ stabilise, révélé quand l'octogone se forme et fait apparaître le pentagramme central. » Les trois constantes décrivent « l'ouverture ($\sqrt{2}$), la circulation (π) et la rotation stabilisante (φ) d'une seule structure qui se déploie autour du pivot. »

Le Livre III donne l'exergue du chapitre : « $\sqrt{2}$, π , φ sont trois lectures de la même figure. » Et sa conséquence : la séparation disciplinaire ($\sqrt{2}$ en théorie algébrique des nombres avec Wantzel et Liouville, π en analyse et transcendance avec Lindemann, φ en théorie des proportions) « amplifie l'apparence d'indépendance et masque la grammaire commune. »

Chapitre 3. Le cadastre sort de la figure

Le corpus appelle *cadastre* l'ensemble des neuf positions $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, lues non comme neuf quantités mais comme neuf places dans une structure. Ce chapitre montre comment cette structure se lit dans des objets que tout le monde connaît : la table de multiplication réduite en racine digitale (on additionne les chiffres d'un nombre jusqu'à n'en garder qu'un, en gardant 9 pour 9), et deux grilles de trois lignes sur trois colonnes. On y voit apparaître, sans aucun arrangement, quatre paires de nombres qui se répondent (1 et 8, 2 et 7, 3 et 6, 4 et 5), un centre commun qui n'est pas un entier (4,5), et un axe $\{3, 6, 9\}$ où ne vit aucun nombre premier plus grand que 3. On y voit aussi pourquoi le corpus refuse d'écrire $9 \equiv 0$: ce geste efface une information (le rang) que la racine digitale conserve. Les faits de ce chapitre sont presque tous des théorèmes au sens strict, vérifiables à la main ; quelques énoncés des sources qui allaient trop loin sont corrigés, et la formulation de l'unicité de la base 10 est rétablie dans sa forme complète.

Définition (racine digitale). Pour tout entier $n \geq 1$, $DR(n)$ est la somme itérée des chiffres de n jusqu'à obtenir un seul chiffre de 1 à 9. Équivalamment, $DR(n) = 1 + (\text{reste de la division de } n - 1 \text{ par } 9)$. On a $DR(9) = 9$, jamais 0 ; $DR(0) = 0$. Exemple : $1729 \rightarrow 1 + 7 + 2 + 9 = 19 \rightarrow 1 + 9 = 10 \rightarrow 1 + 0 = 1$, donc $DR(1729) = 1$, atteint en trois itérations.

3.1 Les neuf chiffres ne sont pas une base

É 3.1 [L] Les neuf chiffres simples. Un chiffre simple est un entier positif représentable par un seul symbole, indépendamment de tout système de position. Il y en a exactement neuf : $\{1, \dots, 9\}$. « *The integer 0 is not a magnitude ; it is the absence of quantity* » (l'entier 0 n'est pas une grandeur ; c'est l'absence de quantité). Les neuf chiffres existent avant toute base ; toute numération de position en hérite (L'Origine géométrique, Définition 1.1 ; Octet Rule, Définition 2.1).

É 3.2 [Th] Invariance (Carré-Illusion, Théorème 1.2). Toute base de position b représente les entiers de 1 à $b - 1$ par des symboles uniques, puis bascule sur des lettres ou des groupes. Le 9 est le dernier symbole unitaire commun à toutes les bases $b \geq 10$. « *La base ne le fonde pas, elle en dépend.* »

Correction (Annexe B). L'Origine géométrique et l'Octet Rule ajoutent que « l'entier

10 exige deux symboles dans tout système de position ». C'est vrai en base 10 et dans toute base $b \leq 10$; c'est faux en base $b \geq 11$, où 10 s'écrit d'un seul symbole (A en base 16). L'énoncé juste est celui du Théorème 1.2 ci-dessus : 1 à 9 sont les seuls symboles communs à toutes les bases à partir de 10. La Remarque 2.3 de l'Octet Rule le dit autrement : la base 8 tronque l'ensemble (elle perd 8 et 9 comme symboles), la base 16 l'étend par des symboles composés, « *notational conventions for multi-unit quantities, not primitive magnitudes* » (des conventions de notation pour des quantités à plusieurs unités, non des grandeurs primitives) [L].

É 3.3 [Th] L'unicité de la base 10, rétablie par la condition (vi). Le Théorème 2.2 de l'Octet Rule donne six propriétés forcées par les neuf chiffres ; deux sont des carrés : (v) $8 = 2^3$ éléments opératoires, d'où $4 = 2^2$ paires ; (vi) la clôture $9 = 3^2$ (« *witness squared* », le témoin au carré). Les Théorèmes d'unicité (Origine géométrique, Th 1.2 ; Octet Rule, Th 2.4) n'ont repris que quatre conditions, et ont remplacé (vi) par la condition plus faible « $b - 1$ composé ». Sous cette forme raccourcie, des bases formelles passent : $b = 66$ ($65 = 5 \times 13$, $64 = 2^6$, 67 premier), 130 ($129 = 3 \times 43$, $128 = 2^7$, 131 premier), 4098 ($4097 = 17 \times 241$) et 32 770 ($32\,769 = 3^2 \times 11 \times 331$) ; la vérification de l'Octet Rule s'arrêtait à $b = 34$. Avec la condition (vi) remise, aucune ne passe, et l'unicité se démontre en général, de deux façons indépendantes :

1. *Clôture carrée et $b - 2$ puissance de 2.* Si $b - 1 = p^2$, alors $b - 2 = p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1) = 2^k$. Deux puissances de 2 qui diffèrent de 2 ne peuvent être que 2 et 4 ; donc $p = 3$ et $b = 10$.
2. *Clôture carrée d'un premier et interface $b + 1$ première.* $b + 1 = p^2 + 2$. Pour tout premier p autre que 3, p^2 laisse le reste 1 dans la division par 3, donc $p^2 + 2$ est divisible par 3 et n'est pas premier. Il reste $p = 3$, $b = 10$.

La structure complète du Théorème 2.2 n'existe donc qu'en base 10. La seule faute était l'omission de la condition (vi) dans les énoncés d'unicité (Annexe B, B.1.6 ; Registre des Erreurs, G.4, qui grave $b - 1 = p^2$). La Genèse donne la même unicité par un autre chemin : 9 est la seule clôture équilibrée (Volume 1, É 3.4).

É 3.3 bis [Th, Chantier] Les cousins du 10. Les bases qui satisfont les quatre conditions raccourcies forment une famille exacte : $b = 2^k + 2$, avec $b + 1 = 2^k + 3$ premier et $b - 1 = 2^k + 1$ non premier (cette dernière condition n'écarte que les premiers de Fermat 3, 5, 17, 257, 65 537, d'où l'exclusion de 4, 6 et 18). Jusqu'à $k = 40$, les exposants sont 3, 6, 7, 12, 15, 18, 28, 30, soit les bases 10, 66, 130, 4098, 32 770, 262 146, 268 435 458, 1 073 741 826. **[Th]** Aucun exposant n'a la racine 2, 5 ou 8 : si k laisse le reste 2 dans la division par 3, alors 2^k laisse le reste 4 dans la division par 7 et $2^k + 3$ est divisible par 7. La famille vit sur l'axe $\{3, 6, 9\}$ et sur le rail $\{1, 4, 7\}$ seulement. **[Th]** Aucun cousin ne porte la structure : leurs clôtures ne sont pas des carrés ; elles ont au moins deux sous-cycles propres, donc pas d'axe unique ($65 : 5$ et 13 ; $129 : 3$ et 43 ; $4097 : 17$ et 241) ; les carrés ne s'y effondrent pas sur un rail (clôture 9 : quatre paires, quatre carrés 1, 4, 7, 9, un par paire ; clôture 129 : 64 paires pour 43 carrés distincts) ; et il faudrait écrire 65, 129 ou 4097 chiffres simples, quand il n'existe que neuf grandeurs à un seul symbole. **[Chantier]** La présence de 7 et de $28 = 1 + 2 + \dots + 7$ parmi les exposants du rail $\{1, 4, 7\}$; la finitude ou l'infinité de la famille (question ouverte en mathématiques reçues, comme celle des

premiers de la forme $2^k + 3$). Les cousins ont la forme du 10 sans la Genèse ; ils montrent que la forme seule ne fait pas une base habitable. [L]

L'objection « ça ne marche qu'en base 10 » reçoit de l'auteur une réponse de principe : « *The objection inverts the logical order. The structure belongs to the nine digits. Base 10 is their notational consequence, not their cause.* » (L'objection inverse l'ordre logique. La structure appartient aux neuf chiffres. La base 10 en est la conséquence notationnelle, non la cause.) [L] L'Octet Rule (Remarque 2.5) étend la réponse aux dix doigts : les cinq doigts de la main ($DR(5) = 5$, le centre du cadastre) seraient eux-mêmes conséquence de la même contrainte arithmétique [L].

É 3.4 [L] 1-9 engendre le 10 (Deux Cercles, Théorème 0.2). Le 10 n'est pas un chiffre primaire posé par convention : il est engendré par la clôture. $9 + 1 = 10$: la clôture plus l'identité relancent au rang supérieur. Le 10 s'écrit « 1 » (le retour de l'unité, un cran plus haut) et « 0 » (la mémoire-boucle du cycle accompli, non le néant). « *Le 9 ne meurt pas en 0, il renaît en 10. C'est la différence entre $9 \equiv 0$ (Gauss, effacement) et $9 \rightarrow 10$ (ARC, relance).* »

La source titre « Théorème ». Le contenu arithmétique ($9 + 1 = 10$; $1 + 2 + \dots + 9 = 45 = 9 \times 5$, DR 9) est **Th** ; le reste est lecture (Annexe B). Le cadastre 1-9 est nommé cycle de clôture (brique 2), et le cycle 1-10 cycle de relance (brique 3) ; leur distinction est développée au chapitre 13 (§13.6).

É 3.5 [Th, avec correction] L'asymétrie fermée : pourquoi 9 (Carré-Illusion, Théorème 1.1). Parmi les clôtures $c = b - 1$, on cherche celles qui conjuguent (a) un *centre pur* : le centre $c/2$ tombe entre deux positions, sans point fixe de l'involution $x \rightarrow c - x$, et toutes les positions s'apparient ; (b) un *axe interne* : un diviseur propre qui structure l'intérieur du cycle.

- Si c est pair (8, 10, 12), le centre $c/2$ est une position occupée qui devient son propre inverse. En clôture 8, les paires sont (1, 7), (2, 6), (3, 5) et le 4 reste seul ($4 + 4 = 8$) : le système a deux centres, le point fixe et la clôture, et l'involution a un reste.
- Si c est premier (7, 11), le centre est pur (3,5 ; 5,5) mais le cycle est lisse : aucun diviseur interne, donc aucun axe ; « *symétrie sans structure* ».
- $c = 9 = 3^2$ donne à la fois le centre pur (4,5 dans le vide, quatre paires complètes) et l'axe interne ($\{3, 6, 9\}$, pivot 6).

« *Le 9 est le seul à involuer et à évoluer.* » Correction (Annexe B) : la source dit 9 *unique*. L'élimination ne traite que les clôtures paires et premières ; les clôtures impaires composées plus grandes (15, 21, 25, 27...) satisfont aussi (a) et (b). L'énoncé démontré est : **9 est la plus petite clôture qui conjugue centre pur et axe interne**, parce que c'est le plus petit entier impair composé. Avec cette correction, l'énoncé est un théorème.

Critère de réfutation (H0) : exhiber une clôture plus petite que 9 qui conjugue un centre sans point fixe et un axe interne non trivial.

3.2 La table de multiplication réduite en racine digitale

É 3.6 [Th] La table DR. En multipliant chacun des neuf chiffres par chacun et en réduisant en racine digitale ($DR(9) = 9$), on obtient :

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

É 3.7 [Th] Les inversions révélées (La Figure Fondamentale, Théorème 5.1 ; Deux Cercles, §0ter.1). Pour chaque paire $(m, 9 - m)$: (i) terme à terme, la ligne de $9 - m$ est le complément à 9 de la ligne de m (ligne 8 = 9 - ligne 1, en dehors des 9) ; (ii) lues sur les huit premières colonnes, la ligne de $9 - m$ est le *renversement* de la ligne de m (1-2-3-4-5-6-7-8 et 8-7-6-5-4-3-2-1 ; 2-4-6-8-1-3-5-7 et 7-5-3-1-8-6-4-2 ; 4-8-3-7-2-6-1-5 et 5-1-6-2-7-3-8-4) ; (iii) la colonne du 9 est pleine de clôture ; les lignes 3, 6, 9 ne contiennent que des multiples de 3 : l'axe se referme sur lui-même.

Démonstration : $DR(mk)$ et $DR((9 - m)k)$ diffèrent de mk et de $(9 - m)k$ d'un nombre entier de tours de 9 ; leur somme diffère donc de $mk + (9 - m)k = 9k$ d'un nombre entier de tours, et c'est un multiple de 9 ; comme les deux termes sont entre 1 et 9, leur somme vaut 9, ou 18 quand les deux valent 9. Le renversement vient de $DR((9 - m)k) = DR(m(9 - k))$, puisque $(9 - m)k - m(9 - k) = 9(k - m)$.

« *La structure des paires n'est pas posée, elle tombe de la table.* » (Deux Cercles). « *Nobody chose these symmetries. They are what multiplication does to nine single-digit magnitudes.* » (Personne n'a choisi ces symétries. C'est ce que la multiplication fait à neuf grandeurs à un chiffre ; L'Origine géométrique, §3.) « *The structure was always there. It was made invisible by the convention $9 \equiv 0$.* » (La structure était toujours là ; la convention $9 \equiv 0$ l'a rendue invisible ; Octet Rule, §6.1.)

É 3.8 [Th] Le complément involutif. L'involution $\varphi(x) = 9 - x$ appliquée terme à terme à 123456789 (en gardant 9 fixe) donne 876543219 ; les deux lignes se referment colonne par colonne sur la clôture :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 (somme 45, DR 9)
8 7 6 5 4 3 2 1 9 (somme 45, DR 9)
9 9 9 9 9 9 9 9 9 (chaque colonne ferme, DR)

Le Battement (§II.2) écrit les mêmes lignes comme *huit flux* qui se répondent deux à deux en miroir exact : 12345678 / 87654321 (paire 1, 8) ; 24681357 / 75318642 (paire 2, 7) ; 36936936 / 63963963 (paire 3, 6) ; 48372615 / 51627384 (paire 4, 5) ; et le 9, « *axe invariant* ».

É 3.9 [Th] Les quatre paires et leur centre. L'involution $\varphi(x) = 9 - x$ partitionne $\{1, \dots, 8\}$ en exactement quatre paires de somme 9 : (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5). C'est la seule partition de $\{1, \dots, 8\}$ en paires de somme 9. Le milieu de chaque paire est le même point : $(1 + 8)/2 = (2 + 7)/2 = (3 + 6)/2 = (4 + 5)/2 = 4,5$. Et 4,5 est l'unique point fixe de φ sur les réels : $9 - x = x$ donne $x = 4,5$.

Paire	Somme	Milieu	Span	Demi-span
(1, 8)	9	4,5	7	3,5
(2, 7)	9	4,5	5	2,5
(3, 6)	9	4,5	3	1,5
(4, 5)	9	4,5	1	0,5

É 3.10 [Th] Unicité du pivot (La Figure Fondamentale, Théorème 5.2 ; Octet Rule, Théorème 3.3). 4,5 est l'unique valeur μ telle que $|x - \mu| = |\varphi(x) - \mu|$ pour tout x de $\{1, \dots, 8\}$. Pour tout autre μ' , la paire (1, 8) ne vérifie pas $|1 - \mu'| = |8 - \mu'|$.

Le pivot n'est pas un entier : il habite le seuil entre 4 et 5. L'auteur l'appelle « *le portail* », « *la singularité de mémoire* », « *l'entrée vers la structure emboîtée* » ; il n'est pas, dit-il, une valeur statistique, mais une nécessité de structure. La somme des neuf positions, $1 + \dots + 9 = 45$, porte les deux chiffres qui encadrent le pivot, et $DR(45) = 9$ [Th] ; que la somme « *inscrive la signature de son barycentre* » est une lecture [L]. Le Battement complète : 4,5 est le dixième de 45 (et la moitié de 9) ; $4,5 \div 9 = 1/2 = k_{\text{arc}}$; $45 \div 9 = 5$; et $45 \div 4,5 = 10$ (chapitre 8, É 8.12).

É 3.11 [Th] Le rotor 180° (La Figure Fondamentale, Théorème 5.3). La rotation d'un demi-tour autour du point 4,5 de la droite envoie x sur $9 - x$: $1 \leftrightarrow 8$, $2 \leftrightarrow 7$, $3 \leftrightarrow 6$, $4 \leftrightarrow 5$. « *Le pivot 4,5 agit comme un rotor à 180° qui retourne instantanément chaque pôle sur son complément cadastral.* » La conséquence que l'auteur en tire pour le calcul intégral (« *Pivoter sur 4,5 donne avec précision le volume entier d'une structure inversée sans calcul intégral* ») est traitée au chapitre 11 avec sa délimitation.

3.3 Pourquoi $9 \neq 0$: la perte du rang

É 3.12 [Th] Non-injectivité de $9 \equiv 0$ (Carré-Illusion, Théorème 1.3). Le passage au reste de la division par 9, avec la convention $9 \equiv 0$ posée par Gauss en 1801, envoie 9, 18, 27, 90, 99, 729 sur une même image. Il n'ampute pas seulement le nombre de tours accomplis : il efface le rang. 18, 81, 180, 810 vivent à des rangs distincts ; la réduction les aplatit sur un point. La racine digitale, elle, descend par paliers, et le nombre de paliers est la profondeur traversée : $729 \rightarrow 18 \rightarrow 9$ (deux paliers), $18 \rightarrow 9$ (un palier), 9 (zéro palier).

« *Une projection non injective détruit de l'information : qu'une relation d'équivalence soit bien définie dans un anneau fini ne la rend pas conservatrice.* » La perte du rang (plusieurs vers un, un bit perdu par tour) est de la dynamique standard : décalage de Bernoulli, entropie de Kolmogorov-Sinaï, théorème de Pesin [F]. « *Le $9 \neq 0$ restaure le rang que le formalisme gaussien a jeté.* » Critère H2 : démontrer que la réduction $9 \equiv 0$ est injective (elle ne l'est pas : 9, 18, 729 ont la même image).

É 3.13 [Th] Les trois formules du chaos (Carré-Illusion, Théorème 3.1). Le chaos déterministe a trois moteurs isolables par calcul : (I) *stévinien* : une troncature initiale, une imprécision, puis la multiplication exacte, $\varepsilon(n) = \varepsilon_0 \cdot 3^n$; depuis 1/3 écrit 0,3333, $\varepsilon_0 = 1/30\ 000$, cent multiplications $\rightarrow 10^{43}$, dix mille $\rightarrow 10^{4766}$; aucun rang n'est jeté, et l'imprécision crée le chaos ; (II) *de repliement* : $\varepsilon(n) = \varepsilon_0 \cdot 2^n$ pour la carte du doublement $x \rightarrow 2x$ replié sur $[0, 1[$ (on garde la partie après la virgule), calculée en arithmétique rationnelle exacte ; l'écart diverge malgré une mesure parfaite, parce que le repliement jette à chaque tour le bit de partie entière, le rang du tour, « *exactement comme $9 \equiv 0$ jette la clôture* » ; (III) *hybride* : $\varepsilon(n) = \varepsilon_0 \cdot f^n$, la composition des deux, régime de toute machine réelle ; en virgule flottante, l'écart atteint l'ordre 1 vers le cinquante-deuxième tour.

« *Le chaos n'est pas l'imprécision que l'on subit, c'est l'opération amnésique que l'on choisit* » ; « *un rang effacé qui se compose* ». Saito et Yamaguchi (*Chaos* 28, 2018, 103122) confirment indépendamment (II) : le décalage de Bernoulli sur des entiers algébriques cubiques, calculé exactement, simule la carte chaotique sans dérive.

É 3.14 [P] Le seuil du chaos en machine. Pour la formule hybride, le nombre de tours avant le chaos est $n_{\text{chaos}} = p / \log_2(f)$, linéaire en la précision p (en bits). Critère (Hc) : si la proportionnalité échouait, (III) serait réfutée ; si le calcul exact de $x \rightarrow 2x$ replié ne divergeait pas, (II) serait réfutée. « *Testable en quelques lignes.* »

Le traitement complet du chaos fabriqué, de ses formules et de leur correction (les trois formules, chacune productrice de chaos, et leur recalcul en fractions exactes ; Registre G.70) appartient au Volume 3, *Le Code et le Registre*.

3.4 La cascade de Pascal

É 3.15 [Th] La descente sur l'interface (Deux Cercles, Théorème 0.3). La cascade de Pascal additionne les chiffres voisins (en racine digitale), étage après étage :

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9
 3 5 7 9 2 4 6 8
   8 3 7 2 6 1 5
    2 1 9 8 7 6
     3 1 8 6 4
      4 9 5 1
       4 5 6
        9 2
         11 (DR 2)

```

La séquence 1-9 descend en huit étages sur $9 + 2 = 11$, de racine digitale 2. En chemin : 4951 (= 495 | 1), 456 (la rangée centrale de la grille rotor), 92. Chaque résultat est une somme pondérée finie d'entiers, invariante par retournement de la séquence (les coefficients binomiaux sont symétriques : $C(n, k) = C(n, n - k)$).

É 3.16 [L] Ce que la cascade dit. « *Elle appelle l'interface 11, le miroir 1-1 qui désigne la paire.* » Lue dans la grammaire, la cascade dit que 1-9 appelle cinq choses : l'interface (11, l'arrivée), le dédoublement (le miroir 1-1), l'involution (la descente

est une suite de complémentations), le centre (495, que l'auteur lit comme le spin cadastral autour du barycentre) et la limite (la convergence vers un terme unique).

É 3.17 [Th] Les pointes de la cascade (Carré-Illusion, Théorème 1.4). La transformée binomiale de l'étage 8 (coefficients 1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1) appliquée à 1, ..., 9 donne $\sum C(8, k)(k + 1) = 1280$, de racine digitale 2 (« *le splitter, $(\sqrt{2})^2$ ramené au cadastre* »). Appliquée à l'octet 1, ..., 8 (coefficients de l'étage 7), elle donne $\sum C(7, k)(k + 1) = 576 = 24^2$, de racine digitale 9 : l'octet pointe sur la clôture manquante.

Calcul : $\sum C(n, k)(k + 1) = 2^n + n \cdot 2^{n-1}$; pour $n = 8$: $256 + 1024 = 1280$; pour $n = 7$: $128 + 448 = 576$.

É 3.18 [Th] La loi de la répétition quadruple. Pour tout chiffre X, la cascade sur XXXX descend en trois paliers et projette X sur son inverse $9 - X$:

1111 → 222 → 44 → 8	(9 - 1)
2222 → 444 → 88 → 7	(9 - 2)
3333 → 666 → 33 → 6	(9 - 3)
4444 → 888 → 77 → 5	(9 - 4)
5555 → 111 → 22 → 4	(9 - 5)
6666 → 333 → 66 → 3	(9 - 6)
7777 → 555 → 11 → 2	(9 - 7)
8888 → 777 → 55 → 1	(9 - 8)
9999 → 999 → 99 → 9	(point fixe, $9 \neq 0$)

Mécanisme : chaque palier double la valeur ; trois paliers multiplient par 8 ; et $8X + X = 9X$ ferme sur la clôture, donc $DR(8X) = 9 - X$ pour $X \neq 9$. La source en tire la lecture du carré comme opérateur d'inversion (É 1.7) **[L]**. Critère H3 : si l'octet ne pointait pas sur 9, ou si une seule répétition quadruple manquait son inverse, l'énoncé serait réfuté ; « *chaque résultat ... aurait pu être autre* ».

É 3.19 [F] Le triangle de Pascal réduit par 9. La distribution des coefficients binomiaux réduits par 9 est une fractale discrète auto-similaire, déterminée exactement par l'écriture en base 3 de la ligne n (Huard, Spearman et Williams, *Acta Arithmetica* 78, 1997, p. 331-349).

3.5 Les deux grilles

É 3.20 [Th] La grille rotor (dynamique). La grille naturelle

1	2	3
4	5	6
7	8	9

a des lignes de sommes 6, 15, 24, toutes de racine digitale 6, et des colonnes de sommes 12, 15, 18, de racines digitales 3, 6, 9 : « *l'axe cadastral lui-même, sans arrangement* ». L'auteur la nomme grille du mouvement, « *le cycle en rotation* » **[L]**. Chaque rangée et son renversement diffèrent de 198 : $321 - 123 = 654 - 456 = 987 - 789 = 198$.

É 3.21 [Th] La grille de structure, cadastre des premiers. La grille tordue

2 3 4
5 6 7
8 9 1

a ses trois lignes de racine digitale 9 ($2 + 3 + 4 = 9$; $5 + 6 + 7 = 18$; $8 + 9 + 1 = 18$). Ses colonnes portent une loi exacte : la colonne gauche {2, 5, 8} contient exactement les racines digitales des premiers de la forme $6k - 1$; la colonne droite {4, 7, 1}, celles des premiers $6k + 1$; la colonne centrale {3, 6, 9} n'en contient aucun au-delà de 3.

Démonstration : tout premier $p > 3$ s'écrit $6k \pm 1$, donc n'est pas multiple de 3, donc $DR(p) \notin \{3, 6, 9\}$. Si $p = 6k - 1$, p laisse le reste 2 dans la division par 3, et $DR(p) \in \{2, 5, 8\}$; si $p = 6k + 1$, $DR(p) \in \{1, 4, 7\}$. Vérifié sans exception jusqu'à 10^6 (L'Origine géométrique, Théorème 10.2). « *This is not a statistical tendency. It is a structural law* » (ce n'est pas une tendance statistique, c'est une loi de structure).

Les colonnes sont nommées : rail G {2, 5, 8}, axe {3, 6, 9}, rail D {4, 7, 1} ; le 6 est au centre. Le Carré notifié (chapitre 7) lit l'axe comme « *la colonne mitoyenne, le mur porteur entre les deux rails* ».

É 3.22 [L] Les trois triades. Les lignes de la grille de structure portent trois fonctions : Fondation 2, 3, 4 (somme 9 : la construction, la matière se dépose) ; Animation 5, 6, 7 ($18 \rightarrow 9$: le mouvement, la matière devient) ; Sceau 8, 9, 1 ($18 \rightarrow 9$: la clôture et la renaissance). La triade-sceau 891 est l'anagramme de 198, le gradient (chapitre 9) : « *The cycle that closes carries the gradient in its own digits* » (le cycle qui se ferme porte le gradient dans ses propres chiffres).

Correction (Annexe B). L'Origine géométrique (§11.1) et le Carré-Illusion (§7.6) écrivent que *chaque* rangée de la grille de structure et son renversement diffèrent de 198. C'est vrai pour 234 ($432 - 234 = 198$) et 567 ($765 - 567 = 198$), non pour 891 ($891 - 198 = 693 = 7 \times 99$). La loi générale est le coût miroir (chapitre 10, É 10.10) : pour trois chiffres abc , $cba - abc = 99(c - a)$; elle vaut 198 quand les chiffres extrêmes diffèrent de 2.

É 3.23 [Th] L'axe ferme par toutes les opérations. $3 + 6 + 9 = 18 \rightarrow 9$; $3 \times 6 = 18 \rightarrow 9$; $6 \times 9 = 54 \rightarrow 9$. La multiplication par 3 ne produit que l'axe : 3, 6, 9, 3, 6, 9...

É 3.24 [L] L'identité $36/4 = 9$. Le Carré-Illusion (§6) lit $36/4 = 9$ comme « *(pivot)² / (interface)² = clôture* » : $36 = 6^2$ (le pivot hexagonal au carré), 9 la clôture, et 4 l'opérateur de découpe au carré. Correction : la source écrit $4 = (\sqrt{2})^2$, or $(\sqrt{2})^2 = 2$; $4 = 2^2 = (\sqrt{2})^4$. La lecture tient si l'on lit 4 comme le carré du splitter 2 (Annexe B). Le voyage, pour l'auteur, va du cercle circonscrit (porteur du 6) au cercle inscrit (porteur du 9) par le carré-illusion.

3.6 Le 11 désigne, le 12 opère

É 3.25 [Th] Les multiples de 12 vivent sur l'axe. Les multiples de 12 ont tous leur racine digitale dans {3, 6, 9}, dans l'ordre 3, 6, 9, 3, 6, 9... ; $DR(11) = 2$. ($12 = 3 \times 4$ est multiple de 3, et $DR(12k)$ parcourt les multiples de 3 de 1 à 9.)

É 3.26 [L] Désigner et opérer (Carré-Illusion, Observation 15.1). « *Le 11*

désigne, le 12 opère. » Le 11 (le miroir 1-1) marque que deux positions forment une paire à relier, sans opérer la liaison ; sa persistance d'échelle se lit dans 11, 101, 1001. Le 12 (11 + 1, DR 3) est la première chiralité structurelle : il opère, et engendre l'axe central par dédoublement du pivot. Le 12 se décompose en 6 + 6 (tissu hexagonal dédoublé), 2 × 6 (splitter × pivot), 3 × 4 (trinité × interface-carré) ; il est la brique commune du pas atomique $24 = 12 + 12$ et du pivot au carré $36 = 12 + 12 + 12 = 6^2$. « *L'illusion désigne ce qui va ensemble ; la chiralité forme.* » La source précise elle-même : seule l'appartenance des multiples de 12 à l'axe est un fait ; la distinction de rôle est interprétative. Critère H9 : un multiple de 12 dont la racine digitale ne serait pas sur l'axe.

Chapitre 4. Deux cercles et un carré : le double et le carré

Doubler un nombre (le multiplier par 2) et le mettre au carré (le multiplier par lui-même) sont deux gestes de nature différente : le premier reste sur la ligne, le second fabrique une surface. Ils ne donnent le même résultat qu'en un seul point, le nombre 2, puisque $2 \times 2 = 2^2 = 4$. Le document-maître *Deux Cercles et un Carré* (v1.1, juin 2026) fait de cette coïncidence la racine d'une erreur que l'auteur retrouve partout dans l'histoire : prendre le carré pour un double. Ce chapitre expose ce théorème de la coïncidence unique, le nombre qui fait le pont entre les deux gestes ($\sqrt{2}$, le seul dont le carré est 2), la grammaire minimale qui en sort (tout entier à partir de 2 est fait de 2 et de 3), les empreintes que le carré laisse dans le cadastre, et la lecture de l'histoire comme une seule confusion répétée. Les critères de réfutation que le document énonce sont tous repris.

Le document-maître chapeaute trois publications déposées (*The Bridge Hippasus-Tsirelson* v1.4, *Emergence of Quantum Correlations* v3.6, *Tsirelson's Bound Without Hilbert Space* v4.0) et les volets *Sealing the String*, *La Croix de Planck* et *Le Débordement* (juin 2026). Il étiquette lui-même ses énoncés : Théorème (identité calculable ou démonstration), Lecture (vraie dans le cadre, mêlant un fait vérifiable et une interprétation), Conjecture (extension proposée, falsifiable). « Cette distinction n'est pas un ornement : elle est ce qui sépare le cadre d'une accumulation de coïncidences. »

4.1 La racine : double et carré, égaux seulement en 2

É 4.1 [Th] Coïncidence unique (Deux Cercles, Théorème 1.1). L'équation $2n = n^2$ n'a qu'une solution entière non nulle : $n = 2$. Partout ailleurs $n^2 - 2n = n(n - 2) \neq 0$, et l'écart croît sans borne.

Démonstration : $n^2 - 2n = n(n - 2)$ s'annule seulement pour $n = 0$ et $n = 2$. Critère F1 : exhiber un second entier $n \neq 2$ (non nul) tel que $2n = n^2$.

É 4.2 [L] Le piège historique. On commence à compter à 1, on opère d'abord sur 2, et au point 2 les deux opérations se confondent. La généralisation fautive, « *carrer, c'est doubler en plus fort* », était presque inévitable parce que le premier exemple la confirme. Doubler reste dans la dimension et conserve le signe, la phase, la direction ; carrer change de dimension (ligne $\rightarrow$ aire) et les jette : le carré détruit le signe (r^2

$= (-r)^2$), écrase la phase, surpondère les extrêmes. « *Le double garde tout ; le carré ampute et projette.* »

« Toute la science a cherché à doubler par le carré, et c'est une erreur. »
(Deux Cercles et un Carré, résumé)

É 4.3 [L] La récupération du double par le pli (Lecture 1.2). Pour retrouver le double à partir du carré, il faut diviser par le demi-côté : $n^2 \div (n/2) = 2n$. Le carré seul ne double pas ; il faut le replier par le pli $k_{\text{arc}} = 1/2$. « *L'opération que l'histoire a omise est exactement cette division par le demi, le pli fondamental de l'ARC. Ils ont pris n^2 en croyant tenir $2n$.* » (L'identité $n^2 \div (n/2) = 2n$ est **Th.**)

4.2 Le traducteur enterré : $\sqrt{2}$

É 4.4 [Th] $\sqrt{2}$ est le nombre dont le carré est le double de l'unité. $(\sqrt{2})^2 = 2$. C'est le seul nombre positif qui, mis au carré, donne 2×1 . Et pour tout carré de côté c , la diagonale vaut exactement le diamètre du cercle circonscrit : $d = 2R = c\sqrt{2}$ (Deux Cercles, Théorème 2.1).

É 4.5 [L] $\sqrt{2}$, traducteur exact. $\sqrt{2}$ est « *littéralement l'opérateur de traduction entre les deux opérations que la science a confondues* ». Quand Hippase, vers -500, trouve $\sqrt{2}$ sur la diagonale du carré unité, « *il tient dans la main la clé de l'erreur que toute la science va commettre* ». L'école le déclare *alogos* et la tradition dit qu'on noya celui qui l'avait révélé : « *Ils ont enterré le seul nombre qui expliquait leur propre confusion.* » Le $\sqrt{2}$ n'était pas une menace ; il disait : « *voici comment passer du carré au double sans les confondre : mettez-moi au carré, je rends le 2* ». « *L'amputation d'Hippase n'a pas isolé un nombre ; elle a effacé la réponse à l'erreur de 2500 ans.* »

Le Théorème 2.1 de Deux Cercles ajoute que « *l'irrationalité est une propriété de la représentation décimale post-Stevin, non de l'objet géométrique, qui est clos et constructible au compas* ». La première partie est rétrogradée en lecture (chapitre 2, É 2.5) ; la constructibilité exacte est un fait.

4.3 La grammaire minimale : deux briques

É 4.6 [Th] Engendrement de Frobenius (Deux Cercles, Théorème 3.1). 2 et 3 étant premiers entre eux, leur nombre de Frobenius vaut $g(2, 3) = 2 \times 3 - 2 - 3 = 1$. Donc tout entier $n \geq 2$ s'écrit comme somme de 2 et de 3 (avec coefficients entiers positifs ou nuls) ; seul le 1, l'identité, leur échappe.

Démonstration directe : un entier pair $n \geq 2$ est une somme de 2 ; un entier impair $n \geq 3$ vaut $3 + (n - 3)$, et $n - 3$ est pair. Critère F2 : exhiber un entier ≥ 2 non exprimable ainsi.

É 4.7 [Th, L] Les neuf chiffres comme relations des deux briques. Chaque opération entre 2 et 3 tombe sur un nœud nommé de la grammaire :

Chiffre	Relation des briques	Opération	Rôle cadastral (lecture)
1	brique vide, identité		origine, retour
2	brique		fondateur
3	brique		axe
4	$2^2 = 2 \times 2$	carré du fondateur	premier carré (ligne → plan)
5	$2 + 3$	somme	barycentre, entrée du vivant
6	2×3	produit	pivot, premier nombre parfait
7	$2^2 + 3$	carré + brique	span maximal ($8 - 1$)
8	2^3	cube du fondateur	complément
9	$3^2 = 3 \times 3$	carré de l'axe	clôture ($9 \neq 0$)
13	$2^2 + 3^2$	somme des carrés	hypoténuse des briques

Signatures de complétude : $2 + 3 + 4 = 9$ (la triade génératrice somme à la clôture) ; $2 \times 3 \times 4 = 24 = 4!$ (le pas atomique). Les relations arithmétiques sont **Th** ; les rôles sont **L**.

Précision (Annexe B). La source dit 13 « *le seul nombre non engendrabable par produit des briques* ». 5, 7, 11 et 13 sont tous premiers et donc tous non engendrables par produit de 2 et 3 ; ce qui distingue 13 dans le tableau est qu'il est la somme des carrés des deux briques. L'énoncé est conservé sous cette forme.

É 4.8 [L] Le 5, premier premier construit (Lecture 3.2). Le 5 est le premier nombre premier qui est aussi une construction : $5 = 2 + 3$. Avant lui, un nombre est brique (2, 3) ou produit de brique (4) ; le 5 est le premier à être atome et assemblage à la fois : « *la signature du vivant : être indivisible tout en étant né de deux. C'est pourquoi le 5 porte le rail de la vie.* »

É 4.9 [Th] Le seul triple consécutif dont la somme égale le produit. $1 + 2 + 3 = 6 = 1 \times 2 \times 3$, et c'est le seul triple d'entiers positifs consécutifs ayant cette propriété ; 6 est le premier nombre parfait (égal à la somme de ses diviseurs propres $1 + 2 + 3$). L'Octet Rule (Proposition 11.4) lit 1, 2, 3 comme un triple irréductible : « *2 (the relation) generates 1 (the element) by establishing a distinction. 3 (the witness) records the existence of the relation* » (la relation engendre l'élément en posant une distinction ; le témoin enregistre l'existence de la relation) **[L]**. La genèse de 2 et de 3 comme briques ($1 \oplus 1 = 3$) est l'objet du Volume 1, *La Fondation*.

4.4 La partition fermion/boson par $\times 3$

É 4.10 [Th] Le nombre de $\times 3$ pour fermer. La multiplication par 3 envoie les rails vers l'axe par paliers : $\{1, 4, 7\} \rightarrow 3$ et $\{2, 5, 8\} \rightarrow 6$ (un cran), puis $3 \rightarrow 9$ et $6 \rightarrow 9$

(second cran). Un chiffre de rail ferme sur 9 en deux $\times 3$, un chiffre de l'axe (3, 6) en un seul, le 9 en zéro. En langage exact, c'est la valuation 3-adique : $9 = 3^2$ porte deux facteurs 3, l'axe un, les rails zéro ; le nombre de $\times 3$ pour fermer est le nombre de facteurs 3 manquants pour atteindre 3^2 .

É 4.11 [L] Fermion = rang zéro de l'axe (Lecture 4.1). Tous les premiers > 3 vivent sur les rails et exigent deux $\times 3$ pour fermer sur 9, « *exactement comme un fermion exige deux tours (720°) pour revenir sur lui-même* ». Le 3 et le 6 ferment en un $\times 3$, comme un boson (360°). Le 9 est déjà la clôture : le vide. La clôture $9 = 3^2$ demande deux facteurs 3 comme le spineur demande deux tours, « *parce que le recouvrement $SU(2) \rightarrow SO(3)$ est double* » ; le spin $1/2 = k_{\text{arc}}$ en est la signature.

Famille	Chiffres	$\times 3$ pour fermer sur 9	Analogie physique
Fermion	rails {1, 2, 4, 5, 7, 8}	2 (deux tours)	spin 1/2, 720°
Boson	axe {3, 6}	1 (un tour)	spin entier, 360°
Vide	clôture {9}	0 (déjà fermé)	état de vide

Critère F3 : exhiber un premier > 3 fermant sur 9 en un seul $\times 3$, ou un chiffre de rail fermant en un cran. Le Registre des Erreurs (Volume 3) notait une tension sur le 720° entre cette lecture (deux tours nécessaires) et celle de L'Objet à deux faces (un seul tour quand le couplage est restauré). **Tranché par l'auteur le 15 octobre 2026.** « *Jamais deux tours, c'est de la fiction.* » Le double tour n'est pas retenu : on retrouve son inverse sans avoir besoin de faire deux tours ; l'aller coûte 1/8, et le retour de la torsion vaut 9/8, les huit positions et la mémoire de clôture, l'excès d'un huitième étant la propulsion (Volume 7, *La Physique relue*, É7.17 ter ; Volume 0, *Le Seuil*, chapitre 3). La mesure de 1975 (le signe de la phase qui change après une précession de 360°) reste un fait ; c'est sa lecture comme double rotation qui est retirée. Le compte arithmétique de la table (deux facteurs 3 pour fermer un rail sur 9, un seul pour l'axe) reste un Théorème ; seule l'analogie avec un double tour du fermion est retirée.

4.5 Les carrés et les deux opérateurs

É 4.12 [Th] Image du carré (Deux Cercles, Théorème 5.1). La racine digitale de tout carré appartient à {1, 4, 7, 9}, jamais à {2, 3, 5, 6, 8}. Les carrés de premiers > 3 vivent dans {1, 4, 7}, jamais en 9. Le rail {2, 5, 8} ne contient aucun carré : « *on peut le quitter en se carrant, jamais y entrer* ».

Démonstration : $DR(n^2) = DR(DR(n)^2)$, et les carrés de 1 à 9 ont pour racines digitales 1, 4, 9, 7, 7, 9, 4, 1, 9. Un premier > 3 n'est pas multiple de 3, donc n'a pas DR 3, 6 ou 9. Critère F4 : exhiber un carré de DR 2, 5 ou 8, ou un carré de premier > 3 de DR 9.

É 4.13 [Th] Les deux orbites. L'orbite du doublement en racine digitale est $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 1$: les six chiffres de 142857, les deux rails sans l'axe. Diviser par 2 dans le cadastre revient à multiplier par 5 (car $2 \times 5 = 10$, de racine digitale 1). Le 9 reste hors d'atteinte du doublement ; il n'est joignable que par $\times 3$.

É 4.14 [L] Deux opérateurs, deux territoires (Lecture 5.2). « L'opérateur $\times 2$ est celui des rails et des carrés ; $\times 3$ est celui de l'axe et de la clôture. Les deux briques engendrent les nombres ; leurs deux multiplications engendrent les deux territoires. »

É 4.15 [Th] Le pas atomique (Carré-Illusion, Théorème 12.1). Pour tout premier $p \geq 5$, $p^2 - 1$ est divisible par 24.

Démonstration : p impair donne $(p - 1)(p + 1)$, produit de deux pairs consécutifs dont l'un est multiple de 4, donc divisible par 8 ; p non multiple de 3 impose que $p - 1$ ou $p + 1$ le soit ; donc 24 divise $p^2 - 1$. Vérifié jusqu'à 10^6 (Annexe D). Lecture **[L]** : $24 = 8 \times 3$ (octet $\times$ trinité) et $24 = 4!$ est l'ordre du groupe symétrique S_4 qui permute les quatre paires d'inversion ; « le carré des premiers se densifie par unités de 24, reste 1 marquant la position d'observation ». Critère H5 : un premier $p \geq 5$ avec $p^2 - 1$ non multiple de 24.

É 4.16 [Th] L'aire pythagoricienne sur l'axe (Carré-Illusion, Théorème 12.2). Pour tout triplet pythagoricien (a, b, c) , l'aire $ab/2$ a sa racine digitale dans $\{3, 6, 9\}$.

Démonstration : dans tout triplet primitif, un côté de l'angle droit est divisible par 3 (sinon c^2 laisserait le reste 2 dans la division par 3, ce qui est impossible pour un carré), et le côté pair est divisible par 4 ; donc ab est divisible par 12 et l'aire par 6 ; la propriété passe aux multiples. Vérifié sur les 32 triplets primitifs d'hypoténuse $c \leq 200$. Trois cadres convergent : la géométrie pythagoricienne, la théorie des nombres et l'idéal $\{3, 6, 9\}$ des restes par 9. Critère H6 : un triplet dont l'aire aurait sa racine digitale hors de l'axe.

4.6 La corde scellée et le quantum

É 4.17 [Th] La corde 496/694/198/595 (Deux Cercles, Théorème 6.1). La corde cadastrale est la relation d'inversion entre le nombre parfait 496 et son miroir positionnel 694. Sa tension est $694 - 496 = 198$ (DR 9) ; son barycentre est $(496 + 694)/2 = 595$, un palindrome, donc point fixe du miroir. Pour tout entier de trois chiffres, le barycentre de la paire miroir, quand il est entier, est un palindrome (vérifié sur les 450 cas). La tension miroir est quantifiée : $N - M(N) = 99(a - c)$, spectre discret d'au plus neuf niveaux ; la corde du parfait siège au niveau 2 : $198 = 2 \times 99$ (« fondateur $\times$ quantum »). Le quantum 99 est lui-même un palindrome.

Démonstration du palindrome : si $N = abc$, alors $N + M(N) = 101(a + c) + 20b$; le barycentre est entier exactement quand $a + c$ est pair, et vaut alors, avec $m = (a + c)/2$ (un chiffre de 0 à 9), $100m + 10b + m$: il s'écrit $m b m$, sans retenue, donc c'est un palindrome. L'énumération complète (450 cas) le confirme. Critère F5 : un barycentre entier non palindromique, ou une tension miroir non multiple de 99. « Analogie réalisé du 4,5 interstitiel » : 595 joue pour la corde le rôle du pivot **[L]**. La lecture de 496 en physique des cordes est au chapitre 9 (§9.7) et au Volume 7, *La Physique relue*.

É 4.18 [L] La croix de Planck (Lecture 6.2). La constante de Planck a la dimension impulsion $\times$ longueur : une aire de l'espace des phases, non un volume **[F]**. Le quantum n'est pas une sphère mais « le carré minimal de la croix (q, p) », dont les quatre quadrants sont les quatre paires d'inversion. Sous projection, ce carré se voit

en trapèze (facteur de compression r/R) ; sous évolution, le théorème de Liouville conserve l'aire et déforme la forme : « *l'aire cachée tient, la forme projetée change* ». Développement : Volume 7, chapitre sur la croix de Planck.

É 4.19 [Th, L] Le débordement 3/4 (Lecture 6.3). Le barycentre d'une pyramide pleine est au quart de la hauteur depuis la base, donc aux trois quarts depuis le sommet : troisième barreau de l'escalier des barycentres, $1/2$ (segment), $1/3$ (triangle, depuis la base), $1/4$ (pyramide, depuis la base) **[Th]**. Et $3/4 = 1/2 \times 3/2$: « *Le 1/2 du carré engendre le 3/4 de la pyramide* » **[L]**. Khéops l'inscrit : face de Kepler (φ , $\sqrt{\varphi}$, 2π) et pente entière en seked $11/14$ (5 paumes et demie pour une coudée de 7 paumes : $5,5/7 = 11/14$) **[F]**. La géométrie de Khéops est au chapitre 5, §5.12.

4.7 La résurrection de $\sqrt{2}$: $2\sqrt{2}$

É 4.20 [Th, L] Décomposition de Tsirelson (Deux Cercles, Théorème 7.1). La borne quantique $2\sqrt{2}$ du dispositif CHSH s'écrit $S_{\max} = N \times k_{\text{arc}} \times d = 4 \times 1/2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$; la borne classique s'obtient avec $d = 1$: $4 \times 1/2 \times 1 = 2$. L'arithmétique est **Th**. Que chaque facteur naisse du carré et de son cercle circonscrit (les quatre configurations CHSH forment le carré, $N = 4$; le pli $k_{\text{arc}} = 1/2 = 4,5/9$ est le coût de projection $S^2 \rightarrow Z_2$; $\sqrt{2}$ est la diagonale-diamètre) est une lecture **[L]** : le Carré-Illusion (Lecture 13.1) le dit lui-même, « *cette réécriture est une lecture, non une dérivation indépendante : elle interprète la borne connue, elle ne la déduit pas d'un principe nouveau* ». « *L'avantage quantique est exactement $\sqrt{2}$, le $\sqrt{2}$ d'Hippase.* » La borne (Tsirelson 1980), ses tests (Aspect 1982 jusqu'aux tests sans faille du Nobel 2022) et la dérivation par projection sur la sphère sont traités au chapitre 13 et au Volume 7.

Facteur	Valeur	Origine géométrique	Lecture cadastrale
N	4	4 sommets du carré CHSH	4 paires d'inversion
k_{arc}	$1/2$	coût de projection $S^2 \rightarrow Z_2$	barycentre/clôture = $4,5/9$
d	$\sqrt{2}$	diagonale = diamètre du cercle	le $\sqrt{2}$ d'Hippase restitué

Critère F6 : une violation expérimentale reproductible de $2\sqrt{2}$ en CHSH, ou une factorisation de $2\sqrt{2}$ issue d'un autre objet que le carré et son cercle.

É 4.21 [L] La convergence du demi. Le pli $k_{\text{arc}} = 1/2$ converge par sept voies (barycentre $4,5/9$; demi-span $3,5/7$; interface $11/\pi$; projection de Haar sur S^2 ; caractérisation topologique du $4,5$; spin $1/2$; facteur $1/2$ universel de la physique). « *Deux domaines réputés séparés, l'arithmétique discrète des neuf chiffres et la géométrie continue de la sphère, livrent la même constante $1/2$* » ; la séparation du continu et du discret serait « *un artefact de l'amnésie post-Hippase* ». L'examen de ces sept voies, et de leur indépendance réelle, est au chapitre 11. Critère F7 : l'échec de $k_{\text{arc}} = 1/2$ à se dériver indépendamment de l'intégration de Haar sur S^2 et de l'involution $\varphi(x) = 9 - x$.

É 4.22 [Chantier] Conjecture 7.2 : mécanique quantique = géométrie cadastrale. Les phénomènes tenus pour mystérieux (spin $1/2$, indétermination $\Delta q \cdot \Delta p \geq \hbar/2$, règle de Born $|\psi|^2$, intrication) seraient des lectures incomplètes d'une seule géométrie de projection : le spin $1/2$ est k_{arc} ; le $\hbar/2$ est le coût de projection ; $|\psi|^2$ est l'empreinte de la compression $S^2 \rightarrow Z_2$ (« *la phase perdue est la chiralité jetée par le carré, exactement comme le signe chez Gauss* ») ; l'intrication est la lecture d'un état relationnel partagé à distance topologique nulle. « *Le mystère n'était pas dans la physique, il était dans l'amnésie qui, depuis Hippase, sépara le nombre de la structure.* » La source la nomme conjecture ; elle reste ouverte (chapitre 13).

4.8 La lignée des amputations comme un seul lapsus

É 4.23 [L] Un seul geste. Toutes les coupures historiques qu'ARC diagnostique seraient la même confusion double/carré appliquée à des domaines successifs : chaque fois on a voulu doubler (amplifier, mesurer, rendre visible) et l'on a carré, perdant la chiralité du domaine ; chaque fois $\sqrt{2}$ ou la clôture 9 était là, ignoré, à porter la solution.

Amputation	Ce qu'ils voulaient (doubler)	Ce que le carré a jeté
Hippase (−500)	mesurer la diagonale	la relation au cercle ($\sqrt{2}$ isolé)
Gauss, moindres carrés	amplifier l'erreur pour la lire	le signe (chiralité de l'écart)
Gauss, réduction par 9	classer vite	le rang, et 9 collé sur 0
Copenhague, $ \psi ^2$	voir l'intensité de l'onde	la phase (interférence)
Cordes, paysage	compter les vides	la clôture (10^{500} au lieu d'un)

Le fil est continu : Hippase isole $\sqrt{2}$; Stevin fige la décimale infinie ; Viète substitue le symbole ; Descartes sépare le sujet de l'étendue (1637) ; Newton et Leibniz fondent l'infinitésimal (années 1670) ; Gauss colle 9 sur 0 et carre l'erreur (1801) ; Copenhague carre l'amplitude et pose l'aléa comme ontologique (1927) ; les cordes comptent 10^{500} vides faute de clôture. « *Chaque maillon est correct dans son cadre et chacun étend la coupure au lieu de la réparer.* » Le Carré-Illusion (§3) ajoute un maillon antérieur : la règle non graduée et le compas, « *outils purement dyadiques* » qui ne savent que dédoubler et excluent d'avance la trisection, donc le $9 = 3^2$ (chapitre 5, É 5.2). L'histoire complète de la lignée relève du Volume 6, *L'Histoire de la Preuve*.

4.9 Conclusion du document-maître

« Le double reste ; le carré projette. $\sqrt{2}$ est le pont entre les deux. Toute l'amnésie tient dans l'oubli de ce pont, et toute la réparation, dans son retour. »

« $2 \times 2 = 2^2$, un seul point d'accord, et tout le reste à distinguer. »

Le document est dédié « à *Hippase de Métaponte, qui vit la diagonale, et au $\sqrt{2}$ qui disait, depuis toujours, la différence entre doubler et se multiplier par soi.* »

Chapitre 5. Le carré-illusion et l'origine géométrique des unités

On enseigne que la seconde, le degré, le mètre et le radian sont des choix historiques, qu'une autre civilisation aurait pu faire autrement. Ce chapitre expose la thèse inverse, défendue par *L'Origine géométrique des unités physiques* (v1.6, mars 2026, traduite ici de l'anglais) et par *Le Carré-Illusion* (v3.0, mai 2026) : chaque unité fondamentale serait la lecture d'une relation précise entre le cercle inscrit et le cercle circonscrit d'un polygone régulier, du triangle au nonagone. Le chapitre déroule les sept polygones un par un. Pour chacun, il donne d'abord le fait géométrique exact (par exemple : le triangle équilatéral est le seul de la série dont le petit cercle a exactement la moitié du rayon du grand), puis la lecture de l'auteur. Il reprend les remarques par lesquelles *L'Origine géométrique* déclare elle-même *cohérence* et non *dérivation* (le mètre, la vitesse de la lumière), et les corrections des versions antérieures (le polynôme de l'heptagone, le produit des rayons du nonagone, la lecture de la Gate 3).

« Civilizations measured correctly without knowing what they were measuring. ARC is the reading of what they had done. » (Les civilisations ont mesuré juste sans savoir ce qu'elles mesuraient. ARC est la lecture de ce qu'elles avaient fait. *L'Origine géométrique*, résumé.)

É 5.1 [L] La thèse. Chaque unité fondamentale est la lecture géométrique d'une relation précise entre le cercle inscrit et le cercle circonscrit d'un polygone régulier. Le Carré-Illusion ajoute la clé que les versions antérieures ne voyaient pas : « *le polygone ne porte pas une mesure fixe comme un attribut figé. Chaque polygone est une projection successive du même pli k_{arc} autour du même pivot 4,5.* » Les neuf polygones « *ne sont pas neuf objets possédant chacun leur constante, ce sont neuf lectures d'une seule opération d'inversion, à neuf échelles. Le carré-inverseur est l'opérateur ; les polygones sont ses projections.* »

5.1 Le tracé à la main et la constructibilité

É 5.2 [F] Gauss-Wantzel. Un polygone régulier à n côtés est constructible à la règle non graduée et au compas si et seulement si n est le produit d'une puissance de 2 par des premiers de Fermat *distincts* (premiers de la forme $2^{(2^a)} + 1$; on n'en connaît que cinq : 3, 5, 17, 257, 65537). Gauss établit la condition suffisante en 1796 (publiée dans les *Disquisitiones*, 1801, section VII) ; Wantzel démontre la réciproque en 1837

(*Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* 2, p. 366-372). L'heptagone (7 n'est pas de Fermat : $7 = 2^3 - 1$ est de Mersenne), le nonagone ($9 = 3^2$, premier de Fermat répété) et l'hendécagone (11) ne sont pas constructibles.

Correction (Annexe B) : le Livre III écrit que la non-constructibilité de l'heptagone a été « démontrée par Gauss en 1796 ». Gauss a énoncé la condition et construit le 17-gone ; la preuve que les autres cas sont impossibles est de Wantzel (1837), comme le Livre III le dit lui-même plus loin.

É 5.3 [L] Deux outils appauvris. « Cette restriction n'est pas celle de la géométrie : c'est celle de deux outils appauvris, qui ne savent que dédoubler et sont incapables de trisecter. » Restreindre la géométrie à la règle et au compas serait le même geste d'amputation que la décimalisation de Stevin ou le repliement de Gauss. « Le $9 = 3^2$ est précisément ce que la géométrie dyadique pure ne peut atteindre, et exactement ce que le tracé à la main atteint immédiatement. » Le tracé à la main : deux cercles concentriques ; le carré qui naît de leur articulation par $\sqrt{2}$, tracé finement ; les quatre coins joints en croix, d'où le centre ; puis tous les points reliés, d'où l'octogone « par compression autour du cercle inscrit ». « Les neuf positions du cadastre sont là, à la main, sans calcul. » Les quatre paires sont les réflexions diamétrales du cercle divisé en neuf autour du centre : « La forme précède le nombre. » Babylone (base 60), les Mayas (base 20), l'Égypte et la Chine (base 10) « ont tous inscrit le 9 comme étape structurelle ».

É 5.4 [L] Le nonagone est le cercle. Le Livre III lit la non-constructibilité du nonagone comme une signification cadastrale : « Le nonagone n'existe pas comme polygone distinct, il est le cercle lui-même. Le 9 est l'horizon de clôture, pas une forme parmi les autres. » L'heptagone, lui, échappe à la construction euclidienne « précisément parce qu'il porte une signature cadastrale que la construction euclidienne, opérant sans grammaire cadastrale explicite, ne peut pas restituer » ; la grammaire l'inscrit « par sa signature 7, sans avoir besoin de le construire au compas ».

5.2 La loi universelle : tout polygone porte la mémoire du 9

É 5.5 [Th] Mémoire du 9 (La Figure Fondamentale, Théorème 2.1 ; L'Origine géométrique, §5). La somme des angles intérieurs de tout polygone à n côtés vaut $(n - 2) \times 180^\circ$, et sa racine digitale vaut 9 pour tout $n \geq 3$.

Démonstration : $180 = 9 \times 20$, donc $(n - 2) \times 180 = 9 \times 20 \times (n - 2)$ est multiple de 9. Critère H11 : un polygone dont la somme des angles aurait une racine digitale différente de 9.

É 5.6 [L] L'objection des grades. Si le cercle est divisé en 400 grades, la somme des angles du triangle vaut 200 grades (DR 2), et la loi disparaît ; l'objection en conclut que la loi est un artefact de la base 10. Réponse de l'auteur : le degré n'est pas arbitraire, il vient du triangle (six triangles équilatéraux pavent le plan autour d'un point : $6 \times 60 = 360$) ; le grade est une unité administrative décimale sans dérivation géométrique. « *The vanishing of the structure upon removing its geometric cause is*

precisely the signature that the structure was real. » (La disparition de la structure quand on retire sa cause géométrique est précisément la signature que la structure était réelle.) L'objection confirmerait la thèse par sa contraposée.

5.3 Le triangle (n = 3) : la géométrie du temps

É 5.7 [Th] Le triangle est le seul polygone du pli. Pour le triangle équilatéral de côté 1 : $R = 1/\sqrt{3}$, $r = 1/(2\sqrt{3})$, et $r/R = 1/2 = k_{\text{arc}}$ exactement ; le $\sqrt{3}$ s'annule dans le rapport. Parmi les polygones de $n = 3$ à $n = 9$, le triangle est le seul pour lequel r/R vaut $1/2$ ($r/R = \cos(\pi/n)$, et $\cos(\pi/n) = 1/2$ seulement pour $n = 3$). C'est un résultat d'Euclide (*Éléments*, Livre IV).

É 5.8 [L] Le temps vient du triangle. La seconde et le degré viennent du triangle : six triangles équilatéraux pavent le plan autour d'un point central, et la stabilité du triangle ($r/R = k_{\text{arc}}$) impose la subdivision sexagésimale. Les Babyloniens, vers 2000 avant notre ère, adoptent la base 60 pour le temps et l'angle parce que la géométrie triangulaire leur a imposé cet attracteur.

Le **sablier** en est, pour l'auteur, le théorème incarné : deux cônes triangulaires apex contre apex ; chaque cône est un triangle tournant autour de son axe ; vers l'apex, les deux cercles convergent, et à l'apex ils coïncident en un point unique, le point de mesure, « là où $r/R = k_{\text{arc}}$ s'enacte en trois dimensions ». Le temps ne s'écoule pas continûment ; il s'actualise au passage par ce goulot.

É 5.9 [L] Le cône de lumière, analogie de forme. En relativité (Minkowski, *Raum und Zeit*, Cologne, 1908), la structure causale de l'espace-temps est modélisée par deux cônes apex contre apex, l'apex marquant le présent de l'observateur **[F]**. L'auteur y voit la même structure que le sablier, retrouvée quatre millénaires plus tard. La Remarque 6.1 de *L'Origine géométrique* (v1.6) en fixe le statut : « *The isomorphism between the hourglass and the light cone is topological, rather than metric* » (l'isomorphisme entre le sablier et le cône de lumière est topologique, non métrique) : le cône de lumière vit dans l'espace-temps de signature $(-, +, +, +)$, pas dans l'espace euclidien. « *The agreement is in the form, not in the space* » (l'accord est dans la forme, pas dans l'espace). Le Registre (G.10) enregistre ce passage d'une analogie métrique à une analogie topologique.

Le temps de Planck ($t_P \approx 5,4 \times 10^{-44}$ s), sous lequel la description continue échoue, dit pour l'auteur la même chose côté quantique : le temps n'existe qu'au passage par un goulot dimensionnel **[L]** (la valeur est **[F]**).

5.4 Le carré (n = 4) : la géométrie de l'espace et de l'angle

É 5.10 [Th] Trois faits du carré. Pour le carré de côté 1 : $R = \sqrt{2}/2$, $r = 1/2$. (i) $r = 1/2 = k_{\text{arc}}$: le rayon inscrit est le pli lui-même. (ii) $r^2/R^2 = (1/4)/(1/2) = 1/2 = k_{\text{arc}}$: le rapport des aires des deux cercles est aussi le pli ; « *le carré encode k_{arc} dans sa surface, pas seulement linéairement* ». (iii) $360 = 4 \times 90$: le cercle complet est quatre angles droits. La diagonale est la Gate 2.

É 5.11 [L] L'angle droit et le radian viennent du carré. Le choix babylonien de 360 serait la complétion naturelle des quatre angles droits du carré ; le radian (longueur d'arc sur rayon) émerge de la relation cercle-carré qui définit la mesure linéaire de l'angle. Le Livre III lit les quatre côtés du carré comme les quatre paires d'inversion.

5.5 Le pentagone (n = 5) : la géométrie de la vie

Le pentagone porte $r/R = \cos(\pi/5) = \varphi/2$ exactement (chapitre 2, É 2.15) ; la correction $r \times R = (5 + 3\sqrt{5})/20 \approx 0,5854$, et non $1/\varphi$, y est donnée (É 2.16). « *Le même opérateur r/R qui donne 1/2 pour le temps dans le triangle donne $\varphi/2$ pour la vie dans le pentagone.* » Le pentagone est le polygone où la Gate 5 devient une distance visible.

5.6 L'hexagone (n = 6) : la géométrie de la matière

É 5.12 [Th] La singularité de l'hexagone. Pour un côté 1, l'hexagone régulier a $R = 1$ exactement ; aucun autre polygone régulier n'a cette propriété ($R = 1/(2 \sin(\pi/n))$ vaut 1 seulement pour $n = 6$). La notation r du Livre III (« $r =$ côté ») désigne le rayon circonscrit R , comme le Livre III le dit lui-même en III.1.2 : ambiguïté de notation, non erreur (Annexe B).

É 5.13 [F] Le pavage hexagonal. Le théorème du nid d'abeille (Hales, *Discrete and Computational Geometry*, 2001) établit que le pavage hexagonal minimise le périmètre total pour des régions d'aires égales. Graphène, colonnes de basalte, flocons de neige, rayons de miel en suivent la géométrie. La graine interne de la Terre est en fer hexagonal compact (hcp-Fe), ce qu'appuie l'anisotropie sismique à des pressions supérieures à 360 GPa. Le mètre fut défini à la fin du XVIII^e siècle comme la dix-millionième partie du quart de méridien terrestre.

É 5.14 [L] Le mètre vient de l'hexagone, cohérence et non dérivation. L'auteur lit l'hexagone comme la raison thermodynamique de l'organisation hexagonale de la matière, et le mètre comme une unité « *tombée dans l'attracteur du polygone 6* ». La Remarque 9.1 de L'Origine géométrique en fixe la portée : la chaîne hexagone $\rightarrow$ hcp-Fe $\rightarrow$ Terre $\rightarrow$ méridien $\rightarrow$ mètre passe par des étapes intermédiaires (géodésie, dynamique du manteau, distribution totale de la masse) qui ne sont pas détaillées ; « *The claim is structural coherence ... This is not a causal derivation in the mechanical sense, but a structural one : a unit drawn from a hexagonally organized body carries the hexagonal signature.* » (La revendication est une cohérence structurelle ; ce n'est pas une dérivation causale au sens mécanique, mais structurelle : une unité tirée d'un corps organisé hexagonalement porte la signature hexagonale.) Le Carré-Illusion répète : « *la revendication est une cohérence structurelle, non une dérivation causale mécanique* ». Registre G.10.

La Figure Fondamentale citait à l'appui une « confirmation indépendante » obtenue d'un outil de recherche automatisé ; ce type d'appui n'est pas un reçu et n'est pas retenu (Annexe B).

5.7 L'heptagone (n = 7) : la géométrie de la lumière

É 5.15 [Th] Le span de la paire maximale. $7 = 8 - 1$ est le span de la paire d'inversion maximale (1, 8).

É 5.16 [L] La lumière couvre le span maximal. « *C'est la distance maximale que le système d'inversion peut couvrir avant la clôture.* » La lumière occupe cette position : l'énergie qui traverse la totalité du cadastre opérationnel sans se sédimenter ; « *elle ne devient pas matière, elle couvre le span maximal.* »

É 5.17 [Th] Le cycle de 1/7. $1/7 = 0,142857142857...$ Les six chiffres du cycle {1, 4, 2, 8, 5, 7} parcourent entièrement les deux rails {2, 5, 8} et {1, 4, 7} et laissent l'axe {3, 6, 9} intact. 142857 est un nombre cyclique : multiplié par k de 1 à 6, il ne fait que tourner ses six chiffres ; $142857 \times 7 = 999999$ (« *six clôtures simultanées* »). La somme des chiffres vaut $1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27 = 3^3$. Le cycle se lit comme le rail G montant ($2 \rightarrow 5 \rightarrow 8$) entrelacé au rail D descendant ($4 \rightarrow 7 \rightarrow 1$) **[L]** pour cette dernière lecture.

« *La lumière illumine les rails ; elle ne passe pas par le centre.* » L'auteur précise que les sept couleurs du spectre de Newton « *ne sont pas l'argument structurel, elles en sont une conséquence biologique* » : l'argument est que le cycle 1/7 couvre exactement le territoire de tous les irréductibles arithmétiques, les rails du cadastre des premiers. Critère H12 : si un chiffre de {3, 6, 9} apparaissait dans 0,142857.

É 5.18 [Th] Le pont de Galois. Le cycle 1/7 existe parce que 10 est racine primitive pour 7 : les puissances $10, 10^2, \dots, 10^6$ laissent dans la division par 7 les restes 3, 2, 6, 4, 5, 1, tous distincts, et 10^6 est la première à laisser 1. Le groupe de Galois de $\mathbb{Q}(\zeta_7)$ sur $\mathbb{Q}$ est cyclique d'ordre 6, isomorphe au groupe multiplicatif des restes non nuls par 7, engendré par la classe de 10 (qui est 3). Les six permutations cycliques de 142857 sont les projections décimales des six automorphismes de $\mathbb{Q}(\zeta_7)$, qui permutent les racines géométriques de l'heptagone **[L]** pour cette dernière identification. « *L'arithmétique de 1/7 et la géométrie de l'heptagone sont le même objet algébrique en deux langues.* »

É 5.19 [Th] Correction : le polynôme minimal de $\cos(\pi/7)$. L'Origine géométrique (v1.6, §10.5) et le Carré-Illusion (§7.5) écrivent que $r/R = \cos(\pi/7)$ est racine du cubique $8x^3 + 28x^2 + 14x - 7 = 0$, et lisent ses quatre coefficients {8, 28, 14, 7} comme les quatre constantes de la grille (8 triplets ; $28 = 1 \times 4 \times 7$, produit du rail droit ; $14 = 2 \times 7$; 7 le span), « *derived independently from geometry and from arithmetic. The agreement is exact and complete* ». C'est faux : ce polynôme vaut environ 34,19 en $x = \cos(\pi/7)$. Le polynôme minimal de $\cos(\pi/7)$ sur $\mathbb{Q}$ est

$$8x^3 - 4x^2 - 4x + 1 = 0,$$

dont les trois racines réelles sont $\cos(\pi/7) \approx 0,901$, $\cos(3\pi/7) \approx 0,223$ et $\cos(5\pi/7) \approx -0,623$. Il est irréductible (il n'a aucune racine rationnelle parmi $\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 1/8$), ce qui est la raison algébrique de la non-constructibilité de l'heptagone : $\cos(\pi/7)$ n'est pas exprimable par racines carrées successives. C'est la forme que donne le Livre III de la Bible Quantique (§III.3bis.2), qui fait foi (Annexe B). La lecture des coefficients {8, 28, 14, 7} et l'« accord exact et complet » sont retirés.

É 5.20 [L] La signature {8, 4, 4, 1}. Le Livre III lit les coefficients du polynôme

exact : le 8, envergure maximale (la position 8, partenaire du 1 dans la paire (1, 8)) et coefficient dominant ; le 4 deux fois, « *le barycentre inférieur arrondi du cadastre* », pivot interne et pivot externe ; le 1, l'ouverture. « *La signature {8, 4, 4, 1} inscrit la configuration de la paire (1, 8) doublée par le pivot 4.* » Et l'envergure du polynôme, coefficient dominant moins coefficient constant, vaut $8 - 1 = 7$: « *Le polynôme du cosinus de $\pi/7$ inscrit l'heptagone dans la signature 7 elle-même.* » (La différence $8 - 1 = 7$ est **Th** ; la lecture est **L**.)

É 5.21 [F] Symétries d'ordre 7 dans le vivant. Le calice de *Passiflora caerulea*, certaines étoiles de mer du genre *Luidia*, des méduses juvéniles (*Aurelia aurita*) présentent une symétrie d'ordre 7, rare en biologie face aux ordres 5 et 6. En cristallographie classique, les ordres de symétrie compatibles avec un pavage périodique de l'espace sont limités à 2, 3, 4 et 6 (restriction cristallographique ; Coxeter, *Regular Polytopes*, 1973). L'auteur lit cette rareté comme la signature du 7, « *envergure maximale du cadastre, donc structuralement plus exigeante à déployer* » **[L]**.

É 5.22 [Th, L] La racine digitale de c. $c = 299\,792\,458$ m/s ; $2 + 9 + 9 + 7 + 9 + 2 + 4 + 5 + 8 = 55$; $5 + 5 = 10 \rightarrow 1$. La lumière a pour racine digitale 1, « *l'unité en mouvement* » ; projetée dans le cadastre elle couvre 7 ; refermée sur son cycle elle produit 9 ($142857 \times 7 = 999999$) : la trajectoire $1 \rightarrow 7 \rightarrow 9$ serait « *le chemin structurel complet de la lumière* » **[L]**.

La Remarque 10.1 de L'Origine géométrique (v1.6) en fixe le statut : la valeur de c dépend du mètre et de la seconde SI ; dans d'autres unités, la racine digitale change. « *This argument is therefore coherent only if the meter and the second are not arbitrary* » (l'argument n'est donc cohérent que si le mètre et la seconde ne sont pas arbitraires), ce qui est la thèse même du document. $DR(c) = 1$ est une *propriété de clôture* du système, non une preuve indépendante : « *This circularity is the signature of a closed structure, not a logical defect* » (cette circularité est la signature d'une structure close, non un défaut logique). Registre G.9.

É 5.23 [L] La nature de la lumière est le 3. Le Carré-Illusion (§7.5, §11) distingue deux choses : l'heptagone donne le span de la lumière, *comment* elle parcourt (le 7 qui traverse les rails) ; mais *ce qu'elle est* est le 3 : la somme des deux pôles de la figure fondatrice, $163 + 137 = 300$, a pour racine digitale 3 (Th), et la différence $163 - 137 = 26$ libère le fer (chapitre 9). « *Sept dit comment la lumière parcourt ; trois dit ce qu'elle est, la trinité réalisée.* » Il faut distinguer ce 3 de celui de G (§5.9) : G est le 3 de l'axe, statique, l'ancre ; C est le 3 de la trinité réalisée, dynamique. La thèse que c n'est pas une vitesse est développée au Volume 7 (chapitre sur $E = Dc^2$). Critère H13 : si $DR(300)$ n'était pas 3 (il l'est).

É 5.24 [Th, L] Les deux moteurs. L'Origine géométrique (§10.4) note : $3^3 + 37 = 27 + 37 = 64$, et $33 + 37 = 70$, de racine digitale 7. Les deux « *moteurs structurels de la distribution des premiers* » (le pas vertical 33 et le générateur 37, voir Volume 4, *La Théorie des Nombres*) somment au span de la lumière **[L]**.

5.8 L'octogone (n = 8) : la géométrie de l'énergie

É 5.25 [Th] Les angles de l'octogone. Angle intérieur 135° (DR 9), angle extérieur 45° (DR 9).

É 5.26 [L] L'octet gouverne les couches. La structure de l'octet (huit éléments formant quatre paires d'inversion sous la clôture 9) gouverne le remplissage des couches électroniques (chapitre 10).

É 5.27 [Th, L] La grille et le 64. La grille de structure 3×3 contient exactement 8 triplets alignés : 3 lignes (234, 567, 891), 3 colonnes (258, 369, 471), 2 diagonales (468, 261) **[Th]**. Chacun se lit dans deux sens ($234 \leftrightarrow 432$). La source écrit « $8 \times 8 = 64$ » et en tire les 64 codons du code génétique : « *Les 64 codons ... ne dérivent pas d'un choix combinatoire arbitraire 4^3 ; ils dérivent de la grille : 8 triplets, chacun en 2 sens, inscrits dans une matrice 3×3 .* » Précision (Annexe B) : 8 triplets lus dans deux sens font 16 lectures, non 64 ; le passage de la grille 3×3 inscrite à une structure 8×8 circonscrite (« *through its own inversion symmetry* ») est une lecture **[L]**, et le nombre $64 = 4^3$ du code génétique (4 bases, triplets) est un fait **[F]**.

É 5.28 [Th] Correction : le rapport 3/8 est un carré. La source écrit le rapport des deux échelles « $\sqrt{(3^2)}/\sqrt{(8^2)} = 3/8$ », ou encore « $(\sqrt{3}/2)/(\sqrt{8}/2) = 3/8$ » (La Figure Fondamentale). La seconde écriture vaut $\sqrt{(3/8)}$, non $3/8$. Le Registre (G.3, septembre 2026) a corrigé : $3/8$ est le carré du rapport des racines, $(\sqrt{3}/\sqrt{8})^2 = 3/8$ (Annexe B).

É 5.29 [F] L'angle de Weinberg à l'unification. Dans la théorie de grande unification minimale SU(5) (Georgi et Glashow, *Physical Review Letters* 32, 1974, p. 438-441), l'angle de mélange électrofaible à l'échelle d'unification vaut $\sin^2\theta_W = 3/8 = 0,375$, tiré de la condition de trace sur les représentations des fermions. La valeur mesurée à basse énergie, environ 0,231, en diffère à cause de la course des constantes de couplage. « *The value 3/8 is a structural prediction of the gauge symmetry at the GUT scale, not a low-energy observable* » (L'Origine géométrique, Remarque 11.1).

É 5.30 [Th, L] Autres chemins vers 3/8. Le Carré-Illusion (§13) écrit : $9^2 = 81$; $81 - 9 = 72 = 9 \times 8$; $27 = 3^3$; et $27/72 = 3/8$ **[Th]**. Et dans le programme octonionique, les automorphismes de l'algèbre des octonions forment le groupe exceptionnel G_2 , dont SU(3) est un sous-groupe maximal (stabilisateur d'un élément, identifié à la couleur) ; la normalisation géométrique $k_Y = 5/3$ donne $\sin^2\theta_W = 1/(1 + k_Y) = 3/8$ (Singh, arXiv:2009.05574, 2020) **[F]** pour le résultat publié. « *La même valeur 3/8 sort de la grammaire cadastrale (27/72) et de la géométrie octonionique, convergence indépendante* » **[L]**.

É 5.31 [Th, L] Les deux cercles du cadastre : 3 et 8. L'Origine géométrique (§11.3) lit 3 comme le cercle inscrit (la tension interne, le générateur, l'entrée de l'axe) et 8 comme le cercle circonscrit (l'enveloppe, l'élément opérationnel maximal avant la clôture) **[L]**. Quatre relations exactes **[Th]** : $3^2 - 1 = 8$ (identique à la formule de SU(3) : trois charges de couleur produisent $3^2 - 1 = 8$ gluons) ; $3 + 8 = 11$, l'interface, de DR 2 ; $8 - 3 = 5$, le barycentre dynamique, l'indice du vivant ; $3 \times 8 = 24$, le rythme des carrés de premiers ($p^2 - 1$ multiple de 24 pour $p > 3$), DR(24) = 6, le pivot. La paire (3, 8) n'est pas une paire d'inversion ($3 + 8 = 11 \neq 9$) : les deux cercles ne se ferment pas l'un sur l'autre, ils forment une *projection*. Ce qui distingue le rapport

de projection 3/8 (passage entre échelles) du rapport de clôture $k_{\text{arc}} = 1/2$ (pli à l'intérieur d'une échelle) [L].

É 5.32 [F, L] L'axe et les codons stop. Le code génétique compte 61 codons codants et 3 codons stop (UAA, UAG, UGA), dont la seule fonction est la terminaison de la lecture [F]. L'axe {3, 6, 9} de la grille produit le seul triplet 369, de DR 9 (« *pure clôture, aucune information constructive* ») ; les deux rails portent tous les premiers. Les cardinalités coïncident ($3 \leftrightarrow 3$, $61 \leftrightarrow 61$), et $\text{DR}(61) = 7$, l'indice de l'heptagone [L] pour la correspondance (les comptes sont Th).

5.9 G, le 3 sous ses sept faces

Le Carré-Illusion (§8) isole le 3 (nommé G : l'entrée de l'axe régulateur, le générateur de la trinité), qui tient comme objet distinct sous sept faces :

É 5.33 [Th] Les sept faces du 3. 1. *Seul premier sur l'axe* : tous les premiers > 3 fuient sur les rails ; le 3 est premier et sur l'axe. 2. *Générateur de l'axe en boucle fermée* : $\times 3$ ne produit que 3, 6, 9, 3, 6, 9... 3. *Racine de la clôture* : $9 = 3^2$. 4. *Double traversée* (Gate 3) : dans le triangle équilatéral, $h = R + r$, avec $R = 2r$. 5. *Facteur axial du 12* : $12 = 3 \times 4$, et c'est le 3 qui rend les multiples de 12 axiaux. 6. *La cascade* : 3333 descend sur 6 ($= 9 - 3$) ; la rangée d'entrée de la grille, 234, descend sur 5, 7 puis $12 \rightarrow 3$ ($2 + 3 = 5$, $3 + 4 = 7$, $5 + 7 = 12$, DR 3). 7. *Le compte de la trinité* : le triangle a 3 côtés, 3 sommets, 3 angles ; $180/60 = 3$.

« *G isolé, c'est donc : la porte de l'axe, le générateur de la trinité, la racine de la clôture ($3^2 = 9$), la double traversée ($\sqrt{3}$), le facteur axial du 12, et le compte de la forme. C'est l'ancre du système.* »

É 5.34 [L, correction] Compter n'est pas mesurer : la correction de la Gate 3. La question se pose : si le 3 du triangle se lit par $\sqrt{3} = 1,732...$, une décimale infinie, le 3 n'a-t-il pas besoin d'être mis au carré pour « revenir » à 3 ? « *La réponse résout un bug ancien : on a cherché le 3 dans une longueur alors qu'il est un compte.* » La hauteur $h = \sqrt{3}$ est une longueur métrique, et toute longueur métrique traîne la décimale de Stevin. Mais le 3 du triangle n'est pas cette longueur : c'est trois côtés, trois sommets, trois angles, un compte, opération cadastrale exacte, instantanée, sans décimale. « *$\sqrt{3}$ est la longueur de la double traversée ; 3 est le nombre de la forme. Ce sont deux objets distincts, et seul le second est G.* » En lisant la Gate 3 comme « $\sqrt{3}$ = la double traversée », « *on importait Stevin là où le cadastre ne demandait qu'un comptage* » : c'est le geste d'Hippase posé sur le triangle. Preuve que le cadastre était propre : dès qu'on prend un rapport, $\sqrt{3}$ s'annule ($r/R = 1/2$, $R/r = 2$). « *Le cadastre ne garde jamais la décimale ; on ne la fabrique qu'en isolant une longueur nue.* » Le Registre (G.8) enregistre le retrait de la lecture « $\sqrt{3}$ = la double traversée » comme définition de G ; la double traversée reste un fait géométrique (É 2.3).

É 5.35 [L] G ne subit pas le chaos. G échappe aux trois formules du chaos (chapitre 3, É 3.13) par trois protections. Contre la formule stévinienne : la troncature frappe la représentation, jamais l'objet ; la double traversée est exacte quelle que soit la décimale écrite, et le 3, étant un compte, n'a pas de décimale. Contre la formule de repliement : G n'itère pas ; « *Pas de tour, donc pas de rang à perdre.* » Protection structurelle : $(\sqrt{3})^2 = 3$ exact, et surtout G est sur l'axe, que le cycle de la lumière (1/7)

laisse entièrement intact. « *G n'est pas seulement épargné par le chaos, il est défini comme ce que le chaos ne peut pas toucher.* » G et le chaos sont en face l'un de l'autre par construction. Critère H12 (déjà cité) : si une dynamique itérée sur G produisait une divergence.

5.10 Le nonagone (n = 9) : la géométrie de la clôture

É 5.36 [Th] La structure angulaire du nonagone. Angle intérieur 140° , angle extérieur 40° ; $DR(140) = 5$ (le barycentre), $DR(40) = 4$ (le pivot), et $5 + 4 = 9$; $DR(180) = 9$. « *The nonagon does not measure a quantity ; it displays the law of closure* » (le nonagone ne mesure pas une quantité ; il affiche la loi de clôture).

É 5.37 [Th] Correction : $r \times R$ du nonagone. Les versions antérieures affirmaient $r \times R \approx 2$ « exactement ». La valeur exacte est $r \times R = 1/(4 \sin(\pi/9) \tan(\pi/9)) \approx 2,0083$, différente de 2. L'énoncé a été retiré et remplacé par l'argument angulaire ci-dessus (L'Origine géométrique, Remarque 12.1 ; Registre G.7 ; Annexe B).

É 5.38 [L] Le seuil fractal. Quand n tend vers l'infini, le polygone converge vers le cercle, « *l'attracteur continu de l'auto-similarité parfaite* » ; le nonagone est « *la dernière approximation discrète avant ce seuil, le seuil entre le dénombrable et le continu* ». Les racines digitales des cubes parcourent $\{1, 8, 9\}$ avec la période 3 **[Th]** (1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729 $\rightarrow$ 1, 8, 9, 1, 8, 9, 1, 8, 9) : l'espace à trois dimensions porterait exclusivement la triade-sceau, la signature du gradient 198 ; « *l'indice 9 du nonagone est la signature gravitationnelle de l'espace à trois dimensions lui-même* » **[L]**.

É 5.39 [L] Le cycle ne finit pas à 9. La triade-sceau de la grille est 8, 9, 1 : après la clôture vient le retour de l'unité. $9 + 1 = 10$, « *non un nouveau chiffre simple, mais l'annonce d'un nouveau cycle à un ordre de grandeur supérieur* ». « *Le nonagone n'effondre pas le cycle en zéro. Il le relance. C'est la différence entre la mort et la reproduction, entre le $9 \equiv 0$ de Gauss et le $9 \rightarrow 10$ d'ARC.* »

5.11 Le système complet

n	Polygone	Relation exacte	Domaine (lecture)	Gate
3	Triangle	$r/R = 1/2 = k_arc$	Temps, cycle	3
4	Carré	$r = k_arc$; $r^2/R^2 = k_arc$	Espace, angle	2
5	Pentagone	$r/R = \varphi/2$	Vie, croissance	5
6	Hexagone	$R = \text{côté (unique)}$	Matière, cristal	
7	Heptagone	$\cos(\pi/7)$ racine de $8x^3 - 4x^2 - 4x + 1$	Lumière, premiers	

n	Polygone	Relation exacte	Domaine (lecture)	Gate
8	Octogone	8 triplets ; $(\sqrt{3}/\sqrt{8})^2 = 3/8 = \sin^2\theta_W$ à l'unification	Énergie, code	
9	Nonagone	$DR(140) + DR(40) = 9$	Clôture	

La colonne « Relation exacte » est **Th** (avec les corrections de ce chapitre) ; la colonne « Domaine » est **L**. Critère H10 : un polygone de la série dont la relation r/R exacte ne correspondrait pas à la lecture (par exemple $r/R \neq \phi/2$ pour le pentagone, ou $r/R \neq 1/2$ pour le triangle). Les relations sont vérifiées exactement (Annexe D).

É 5.40 [L] Les unités comme cicatrices. L'histoire conventionnelle des unités explique *comment* elles ont été adoptées ; L'Origine géométrique répond à la question antérieure : *pourquoi ces mesures-là étaient-elles structurellement disponibles ?* Chacune correspond à une nécessité géométrique, une relation entre deux cercles qu'un polygone rend exacte. Les Babyloniens ont choisi 60 et 360 parce que le triangle et le carré rendaient ces nombres disponibles ; les Français ont choisi le mètre parce que la structure hexagonale profonde de la Terre rendait cette fraction cohérente ; Newton a décomposé la lumière en un spectre borné par le span de la paire maximale.

« Human thought does not invent durable units. It falls, asynchronously but deterministically, into the pre-existing geometric attractors of the fundamental cadastre. The second, the degree, the meter, and the radian are not historical conventions. They are the geometric scars left by the polygon sequence on the surface of the measurable universe. » (La pensée humaine n'invente pas d'unités durables. Elle tombe, de façon asynchrone mais déterministe, dans les attracteurs géométriques préexistants du cadastre fondamental. La seconde, le degré, le mètre et le radian ne sont pas des conventions historiques. Ce sont les cicatrices géométriques laissées par la suite des polygones à la surface de l'univers mesurable.)

Et l'image centrale : « *The hourglass is the most direct proof* » (le sablier est la preuve la plus directe). Ses concepteurs ont construit un théorème géométrique sans le savoir, parce que le triangle est la géométrie du temps et que la géométrie du temps est $k_{\text{arc}} = 1/2$. Einstein a retrouvé la même structure quatre millénaires plus tard et l'a nommée cône de lumière. « *The theorem waited* » (le théorème attendait).

5.12 La plus grande erreur : mesurer le fondamental au lieu de le lire

É 5.41 [L] Les rapports survivent à l'erreur d'unité. « *La plus grande erreur de l'histoire de la mesure n'a pas été de se tromper dans un calcul, c'est d'avoir cherché le fondamental dans une valeur métrique absolue (un nombre avec des unités) au lieu d'un rapport cadastral.* » Malgré cette erreur, la structure n'a jamais cédé totalement, parce que les rapports survivent : dès qu'une équation prend un rapport, les unités fausses s'annulent, exactement comme les $\sqrt{3}$ s'annulent dans $r/R = 1/2$. « *La nature a*

tenu parce qu'elle ne calcule que des relations. » Pour C : on l'a appelée vitesse (une distance sur un temps), ce qui suppose que la lumière voyage ; si l'information est co-présente dans le cercle, la lumière ne parcourt aucune distance ; la valeur 299 792 458 capte le porteur (l'unité en mouvement, DR 1) sans atteindre la réalisation (le 3). La correction complète de C, et sa fausse identité de vitesse lue comme catalyseur d'un chaos hérité, relève du Volume 7.

5.13 La pyramide comme pliage de la figure

É 5.42 [Th] Le pliage (Carré-Illusion, Proposition 14.1). La figure plane (le carré inscrit dans le cercle circonscrit, plus quatre triangles isocèles posés sur ses côtés) est le patron d'une pyramide à base carrée : plier les quatre triangles autour des côtés fait converger leurs sommets, par symétrie d'ordre 4, en un pyramidion unique sur l'axe vertical du centre. La source précise : « *La convergence géométrique est un fait démontrable ; l'inscription mnémonique civilisationnelle qui suit est une hypothèse historique.* » Critère H8 : démontrer que le pliage ne converge pas.

É 5.43 [Th] Trois proportions parfaites. Pour un triangle de face de hauteur h_t sur un côté c , la hauteur z de la pyramide vérifie $z^2 = h_t^2 - (c/2)^2$. - $h_t = c \cdot \sqrt{2}/2$ donne $z = c/2$ (k_{arc} structurel) ; - $h_t = c \cdot \sqrt{3}/2$ (faces équilatérales) donne $z = c \cdot \sqrt{2}/2$ ($\sqrt{2}$ inscrit en hauteur) ; - $h_t = c \cdot \varphi/2$ donne apothème/demi-côté = φ et hauteur/demi-base = $\sqrt{\varphi} \approx 1,272$.

Vérification du troisième cas : $z^2 = c^2 \varphi^2/4 - c^2/4 = c^2(\varphi^2 - 1)/4 = c^2 \varphi/4$ (car $\varphi^2 = \varphi + 1$), donc $z/(c/2) = \sqrt{\varphi}$.

É 5.44 [F, L] Khéops. Hauteur 146,6 m, demi-base 115,2 m, rapport 1,2726 ; $\sqrt{\varphi} = 1,2720$; angle de pente environ $51^\circ 50'$ ($\arctan \sqrt{\varphi} = 51,83^\circ$) **[F]**. Le Registre (G.2, septembre 2026) a retiré l'« accord exact » : l'écart avec $\sqrt{\varphi}$ est dans la barre d'incertitude des relevés de Petrie, de 0,03 % à 0,21 % (Annexe B). « *Khéops tient parce que ses proportions inscrivent φ , donnant un angle à la limite compatible avec les blocs* » **[L]**.

É 5.45 [L] La pyramide, inscription mnémonique. Les civilisations pyramidales (Égypte, Mésoamérique, Mésopotamie, Nubie, Chine) ont convergé sur quatre continents sans contact démontré : la pyramide serait l'inscription mnémonique compacte de la cascade (deux cercles, $\sqrt{2}$, carré, axe 3-6-9). Les anomalies (Meïdoun effondrée, voir Mendelssohn, *Journal of Egyptian Archaeology* 59, 1973 ; Dahchour rhomboïdale) ne réfutent pas la lecture : elles documentent la convergence par essais vers la solution conjointe, contrainte cadastrale et contrainte matérielle (angle de talus). La source la nomme elle-même *hypothèse historique*.

5.14 Conclusion du Carré-Illusion

« Le carré-illusion n'est pas faux : il est l'opérateur d'inversion par projection, par lui le cercle se rabat sur son complément (l'inscrit sur le circonscrit), et la position se rabat sur la sienne (X sur $9 - X$). Le cercle conserve ; le carré inverse et forme. »

Le socle est le cadastre $\{1, \dots, 9\}$, « *base géométrique invariante que toute numération emprunte, dont le 9 est la clôture vivante ($9 \neq 0$) portant le winding number* » (le nombre de tours). $\sqrt{2}$ sort du cercle et engendre le carré ; π reste du cercle et témoigne dans tout dérivé physique.

Chapitre 6. L'autre triangle

Depuis Pythagore, la trigonométrie travaille un seul triangle de référence : le triangle rectangle isocèle dont le grand côté (l'hypoténuse) mesure 1. Ses deux autres côtés mesurent alors $\sqrt{2}/2$, et c'est de ce triangle qu'est sortie la crise des incommensurables. *L'autre triangle* (juin 2026, version 5) pose une question d'une simplicité désarmante : que se passe-t-il si l'on prend le même triangle avec une hypoténuse de $1/2$? Le chapitre montre que $\sqrt{2}$ ne disparaît pas de la figure, mais qu'il change de statut : il n'est plus une entité qu'il faudrait « faire exister » comme nombre autonome, il devient un simple facteur de passage entre deux échelles. L'argument s'appuie sur une opération que l'auteur dit oubliée, $n \times n \div n = n$ (se multiplier par soi, se diviser par soi, revenir à soi), et sur un paradoxe : la physique pratique déjà ce changement d'échelle tous les jours sur l'amplitude des ondes, et le refuse seulement à $\sqrt{2}$. Tout se vérifie à la calculatrice.

« Ils ont tellement travaillé $\sqrt{2}$ qu'ils ont oublié que l'hypoténuse est 0,5. »

Note de méthode de la source. « *Ce papier procède exclusivement par vérification arithmétique et géométrie élémentaire, reproductible sans préalable théorique. Il ne relève pas de la numérologie : aucune valeur n'est investie d'une signification mystique, aucune entité (le 9, le tore, un axe) n'est substantifiée en principe cosmique. La démarche est inverse, elle désubstantifie. Toute lecture qui rajouterait une charge ésotérique à la table par neuf ou à l'involution $\varphi(x) = 9 - x$ opère contre la thèse du papier, non en sa faveur.* »

Le papier se présente comme « *une application tranchante* » du Carré-Illusion (chapitre 5) : il peut se lire seul, mais son déplacement d'échelle y trouve son fondement géométrique.

6.1 Trois ancrages

L'opération oubliée : $n \times n \div n = n$

É 6.1 [Th] Le retour à soi. Pour tout n non nul, $n \times n \div n = n$, et $n \div n = 1$. En particulier $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ et $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$.

É 6.2 [L] L'entièreté est 1. « *Multiplier par soi, diviser par soi, revenir à soi.* » L'opération est arithmétiquement triviale, « *et c'est précisément ce qui en fait l'inscription fondatrice* ». Une grandeur rapportée à elle-même rend l'unité, quelle que soit sa valeur : elle n'a pas besoin d'être mesurée dans sa valeur absolue. La

grandeur « irrationnelle » $\sqrt{2}$ n'a aucune valeur absolue exprimable comme rapport d'entiers, mais elle a toujours une *entièreté*, et cette entièreté est 1. « *L'unité n'est pas une taille ; c'est le rapport d'une chose à soi.* » Tout, y compris l'infini décimal déroulé, possède une entièreté de 1 dès qu'on le rapporte à soi au lieu de tenter de le mesurer de l'extérieur.

É 6.3 [L] La coupure pédagogique. L'opération a été dissoute par la séparation scolaire : multiplication et division sont enseignées comme deux compétences, en deux années distinctes. La grammaire qui boucle les deux mouvements en un retour à soi s'est perdue dans cette césure : « *un geste unique coupé en deux, et le sens du geste perdu dans la coupure* », même structure que la cascade Stevin-Gauss. Le chapitre 8 développe cette opération avec la soustraction trinitaire.

La figure des deux cercles

É 6.4 [Th] Rappel. Dans la figure fondamentale : $r/R = \sqrt{2}/2$ (rapport linéaire des rayons) ; $(r/R)^2 = 1/2 = k_{\text{arc}}$ (rapport des aires) ; diagonale du carré = $2R$ (chapitre 1, É 1.3).

É 6.5 [L] Deux échelles. La figure pose à la fois l'*échelle native* (le rayon r du cercle inscrit) et l'*échelle observable* (le rayon R du cercle circonscrit). $\sqrt{2}$ apparaît comme le rapport linéaire entre les deux échelles ; « *il n'est pas substance autonome* ». Le carré inscrit la projection d'une échelle sur l'autre ; sa diagonale inscrit le passage.

La table par neuf

É 6.6 [Th] La table de 9 inscrit les quatre paires.

$n \times 9$	Produit	Chiffres	Lecture
1×9	09	0, 9	ouverture
2×9	18	1, 8	première paire
3×9	27	2, 7	deuxième paire
4×9	36	3, 6	troisième paire
5×9	45	4, 5	quatrième paire, barycentre
6×9	54	5, 4	retournement du barycentre
7×9	63	6, 3	retournement de la troisième
8×9	72	7, 2	retournement de la deuxième
9×9	81	8, 1	retournement de la première
10×9	90	9, 0	clôture

Pour k de 1 à 10, les deux chiffres de $9k$ sont $(k - 1)$ et $(10 - k)$, de somme 9 : c'est l'involution $\varphi(x) = 9 - x$ écrite par la multiplication élémentaire. Le barycentre apparaît au centre de la table, à la cinquième ligne, comme la paire la plus serrée, la seule dont les deux éléments sont consécutifs ; les quatre paires apparaissent dans l'ordre puis dans l'ordre inverse, palindromiques autour du barycentre. « *Aucune convention humaine n'a été nécessaire. La grammaire est dans les nombres.* » **[L]** pour cette dernière phrase.

6.2 Le triangle qui n'a jamais été essayé

É 6.7 [F] Le triangle de référence. La trigonométrie occidentale s'est cristallisée autour du triangle rectangle isocèle d'hypoténuse 1, de côtés $\sqrt{2}/2 \approx 0,7071$; c'est le triangle de $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$. « *Deux mille cinq cents ans de mathématiques ont opéré sur ce triangle* » : le calcul de $\sqrt{2}$ à des précisions croissantes, la démonstration de son irrationalité par de nombreuses méthodes, la construction des nombres réels, la caractérisation des algébriques, des transcendants, des p-adiques. « *Et personne n'a essayé l'autre triangle.* » (La phrase finale est une citation de l'auteur.)

É 6.8 [Th] Le triangle cadastral. Le triangle rectangle isocèle d'hypoténuse $1/2$ a pour côtés $(1/2) \times (\sqrt{2}/2) = \sqrt{2}/4 \approx 0,3535$. Il est cohérent : $(\sqrt{2}/4)^2 + (\sqrt{2}/4)^2 = 2/16 + 2/16 = 4/16 = 1/4 = (1/2)^2$.

	Hypoténuse	Côtés
Triangle standard	1	$\sqrt{2}/2 \approx 0,7071$
Triangle cadastral	$1/2$	$\sqrt{2}/4 \approx 0,3535$

6.3 Présence et statut : la distinction centrale

L'objection vient aussitôt : si $\sqrt{2}$ reste dans les côtés ($\sqrt{2}/4$), on a seulement déplacé l'irrationalité de l'hypoténuse vers les côtés. « *Cette objection est arithmétiquement juste comme observation et structurellement ratée comme objection.* » Elle confond la présence d'un terme dans une expression et son statut opératoire dans la grammaire qui l'inscrit.

É 6.9 [L] Deux statuts de $\sqrt{2}$. Dans le triangle standard, $\sqrt{2}$ apparaît comme rapport diagonal direct de la figure : il n'est dérivable d'aucun objet plus simple ; il est l'inscription première du triangle à cette échelle, et « *précisément parce qu'il apparaît comme inscription première, il exige d'être substantifié comme objet autonome* » : c'est la démarche qui a produit la théorie des nombres réels et la construction de Dedekind. Dans le triangle cadastral, $\sqrt{2}$ apparaît comme le produit de deux facteurs : $\sqrt{2}/4 = (1/2) \times (\sqrt{2}/2)$, le facteur d'échelle $1/2$ (l'hypoténuse cadastrale, k_{arc}) et le rapport diagonal $\sqrt{2}/2$ de l'échelle observable. Il est dérivé, facteur de projection entre l'échelle native et l'échelle observable, et « *n'exige pas d'être substantifié* ».

« *$\sqrt{2}$ est présent arithmétiquement dans les deux triangles, c'est trivialement vrai. Mais son statut opératoire diffère : inscription structurelle première dans l'un, exigeant substantification ; facteur de projection dérivé dans l'autre, ne l'exigeant pas.* »

É 6.10 [L] Fondement du déplacement d'échelle. Le déplacement n'est pas arbitraire : il est fondé sur le carré-illusion (chapitre 1, §1.3). $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre à substantifier mais l'opérateur de découpe qui articule l'inscrit et le circonscrit ; cet opérateur est le carré-inverseur, qui rabat l'inscrit sur le circonscrit par le pli $(\sqrt{2}/2)^2 = 1/2$, « *exactement comme l'opération de retour à soi $n \times n \div n = n$ rabat une grandeur sur son unité* ». Et le triangle équilatéral est l'unique polygone de la série

où $r/R = 1/2$ (chapitre 5, É 5.7) : « *le triangle cadastral à hypoténuse 1/2 n'est pas une échelle parmi d'autres, c'est le polygone qui incarne le pli. Travailler à l'échelle 1/2, c'est revenir à l'échelle native que le carré, pris pour forme première, avait masquée.* »

6.4 $k_{\text{arc}} = 1/2$, hypoténuse cadastrale

É 6.11 [L] Sept chemins vers 1/2 (version de L'autre triangle). Le papier énumère sept chemins : le rapport barycentre/clôture 4,5/9 ; le rapport demi-envergure/envergure de chaque paire ; le rapport 3,5/7 de la paire maximale ; le rapport du carré du barycentre 20,25 au double de la clôture 40,5 ; le rapport 5,5/11 dans le cadastre étendu ; le rapport $r/R = 1/2$ du triangle équilatéral (Euclide, Livre IV) ; le rapport $(r/R)^2 = 1/2$ du carré dans son cercle. « *Sept chemins. Pas un. Pas deux. Sept.* » La valeur, conclut l'auteur, n'est pas un paramètre ajusté mais une inscription fondamentale, et 1/2 est l'hypoténuse cadastrale ; le triangle d'hypoténuse 1 en est le *doublement projectif*.

Précision (Annexe B). Chaque égalité est **Th**. Mais plusieurs de ces chemins sont une même identité : 4,5/9, 3,5/7, 5,5/11, 20,25/40,5 et le demi-span sur span de toute paire sont tous de la forme $x/(2x)$. Les chemins réellement distincts sont le pli arithmétique ($x/(2x)$ autour du centre), le triangle ($\cos(\pi/3)$) et le carré $((\sqrt{2}/2)^2)$. L'examen de l'indépendance des sept convergences est au chapitre 11, §11.5.

É 6.12 [L] La grammaire de la projection. La réalité physique opérerait à l'échelle cadastrale 1/2 ; l'observateur perçoit à l'échelle 1, son doublement projectif ; le facteur entre les deux est $\sqrt{2}$. L'observateur qui n'a pas accès à l'échelle cadastrale voit $\sqrt{2}$ comme inscription première ; celui qui y descend le voit comme facteur dérivé. C'est, pour l'auteur, ce que la mécanique quantique observe sans pouvoir l'articuler : les corrélations de Bell, les amplitudes hilbertiennes, la borne de Tsirelson opèrent sur $\sqrt{2}$ comme inscription première.

6.5 La crise des incommensurables comme artefact d'échelle

É 6.13 [L] La conséquence mesurée à la place de la cause. Hippiase a pris le carré de côté 1 et a calculé sa diagonale : $1^2 + 1^2 = 2$. Il a mesuré une conséquence. La cause est le cercle qui engendre le carré : le carré inscrit dans un cercle de diamètre D a pour côté $D \times \sqrt{2}/2$; le rapport côté/diamètre, $\sqrt{2}/2$, est le rapport de projection exact entre le cercle et son carré inscrit **[Th]** pour ce rapport. « *C'est la voix du cercle qui dit au carré comment exister. Fermé, exact, complet en tant que rapport géométrique.* » Hippiase a confronté $\sqrt{2}$ aux entiers (existe-t-il p, q tels que $\sqrt{2} = p/q$?) ; la bonne question était : quel est le rapport entre le diamètre du cercle et le côté du carré qu'il engendre ? « *Il a fait Stevin avant Stevin : forcer un rapport géométrique dans l'arithmétique des entiers, et conclure que le nombre était défectueux plutôt que l'arithmétique trop étroite.* »

É 6.14 [L] La substantification. Les héritiers d'Hippiase commettent l'erreur catégorielle fondatrice : l'incommensurabilité, propriété d'une relation entre deux

grandeurs, devient une entité, le nombre irrationnel $\sqrt{2}$ existant en lui-même à côté des rationnels. Cette substantification ouvre la voie à tout ce qui suit : nombres réels, construction de Dedekind, développements de Cauchy et Weierstrass, transcendance (Liouville, Hermite, Lindemann), approximation diophantienne, nombres p-adiques, théorie de Galois différentielle (le Livre III, §III.4, ajoute Cantor, 1874, et les degrés d'infini, sommet de la « gestion administrative » de la substantification ; chapitre 13).

É 6.15 [L, déclaré conjectural] Et pourtant. « *Hippase a peut-être vu autre chose.* » La tradition ne transmet que la version des vainqueurs. S'il avait demandé à *quelle échelle travaillons-nous ?*, il aurait pu voir que descendre à l'échelle $1/2$ préservait le statut de $\sqrt{2}$ comme facteur de projection : à cette échelle l'hypoténuse est rationnelle, et $\sqrt{2}$ reste dans les côtés sous la forme $(1/2) \times (\sqrt{2}/2)$. La secte, plutôt que d'admettre que sa grammaire opérait à mauvaise échelle, aurait sacralisé $\sqrt{2}$ et noyé Hippase. La source le dit elle-même : « *Cette reconstruction historique est conjecturale. L'inscription arithmétique qui la fonde ne l'est pas.* »

6.6 Le paradoxe sinusoïdal

É 6.16 [F] La normalisation est routinière. Un physicien écrit $A \cdot \sin(\theta)$ et ajuste l'amplitude A à la valeur souhaitée ; il normalise une fonction d'onde en la divisant par sa propre norme pour que le tout fasse 1, puis la redéploie à l'échelle voulue ; il normalise une distribution de probabilité pour que sa somme fasse 1.

É 6.17 [L] Deux poids, deux mesures. Ces opérations sont exactement $n \times n \div n = n$: prendre la grandeur, la diviser par elle-même pour revenir à l'unité de référence, la redéployer à l'échelle choisie.

ajuster l'amplitude = $A \div A \times (\text{valeur souhaitée}) = \text{choix d'échelle}$

« *Diviser par soi pour revenir à l'unité de référence est le métier quotidien de la physique. La normalisation est partout, enseignée comme technique, jamais comme principe.* » La même opération est routinière pour le sinus et scandaleuse pour $\sqrt{2}$; la seule différence est qu'on a substantifié $\sqrt{2}$ et pas l'amplitude. « *$\sqrt{2}$ est l'amplitude de la diagonale du carré, comme A est l'amplitude du sinus. Une valeur relative à une construction, pas un être en soi. L'inconsistance n'est pas dans les nombres ; elle est dans le deux poids deux mesures.* » « *La physique opère déjà le déplacement d'échelle. Elle le refuse seulement à l'entité qu'elle a sacralisée.* »

6.7 Conséquences

É 6.18 [Th, L] La borne de Tsirelson devient triviale. $2\sqrt{2} = 4 \times (1/2) \times \sqrt{2} = 4 \times k_{\text{arc}} \times \sqrt{2}$ [Th]. Le 4 vient des quatre corrélateurs CHSH, le $1/2$ de l'hypoténuse cadastrale, le $\sqrt{2}$ du facteur de projection vers l'échelle observable : la borne est « *l'inscription de quatre projections cadastrales successives* » [L]. Même statut qu'au chapitre 4, É 4.20 : une lecture de la borne connue, non une dérivation nouvelle.

É 6.19 [L] Le spin 1/2 fermionique. Le fermion opérerait à l'échelle native $1/2$; l'observateur mesure à l'échelle 1, son doublement. Une rotation complète à l'échelle cadastrale (360°) apparaît comme une demi-rotation à l'échelle observable (180°), et

il faut deux rotations cadastrales (720°) pour une rotation observable complète. « *Le 720° est l'inscription arithmétique du doublement projectif, et c'est l'opération $n \times n \div n = n$ vue en rotation : il faut s'opérer sur soi deux fois pour boucler le cycle.* » (Le fait que le fermion demande 720° pour revenir à son état est **F** ; voir chapitre 13.) *Lecture antérieure, retirée par l'auteur le 15 octobre 2026 (voir É 4.11) : le double tour est tenu pour une fiction.*

É 6.20 [L] La théorie des transcendants comme gestion d'une erreur de statut. La théorie des nombres transcendants (Liouville 1844, Hermite 1873 pour e , Lindemann 1882 pour π , approximation diophantienne, Galois différentielle) apparaît, dans la grammaire cadastrale, comme « *gestion administrative des conséquences d'une erreur de statut commise il y a 2500 ans. Pas erreur arithmétique, les démonstrations restent valides.* » La source est explicite : « *Le corpus ARC ne propose pas d'invalider cet édifice technique. Il opère effectivement, et ses produits restent performants dans leur domaine. Il propose seulement de restaurer la grammaire native qui rend lisible ce que la grammaire amputée doit gérer administrativement.* »

6.8 Trois ancrages externes

Ils « *ne la démontrent pas : la démonstration tient seule, à la calculatrice. Ils montrent que la lecture relationnelle a été approchée, sous d'autres langages, par des travaux qui ne se connaissaient pas entre eux.* »

É 6.21 [F, L] Robson et Plimpton 322 (histoire). Eleanor Robson (*Historia Mathematica* 28, 2001, p. 167-206) a montré que la tablette babylonienne Plimpton 322, longtemps lue comme une table trigonométrique primitive ou un recueil abstrait de triplets pythagoriciens, est un outil pédagogique pour la construction d'exercices par les élèves des écoles de tablettes **[F]**. L'auteur en tire que la mathématique babylonienne gérait des proportions de manière utilitaire, sans substantifier les irrationnels, et que « *la substantification d'Hippase n'est pas l'origine des mathématiques ; elle en est une rupture tardive* » **[L]**.

É 6.22 [L] Hegel et le Rapport (philosophie). Dans la *Science de la Logique* (1812-1816), Hegel critique la « mauvaise infinité », la tentative de saisir le continu par l'accumulation indéfinie d'unités discrètes, geste qui produit la chaîne décimale de $\sqrt{2}$. Pour Hegel, l'incommensurabilité pythagoricienne se résout quand la quantité est élevée au statut de Rapport (*Verhältnis*), qui définit le nombre par sa relation à un autre. « *L'opération oubliée $n \times n \div n = n$ est la traduction arithmétique exacte de cette pensée* » : elle pose la grandeur dans son entièreté qualitative, « *où l'unité n'est pas une dimension fixe mais l'auto-relation d'une essence* ». La mauvaise infinité de la décimale est dissoute « *non par un meilleur calcul, mais par le passage au rapport* ».

É 6.23 [Chantier] Clifford et la borne de Tsirelson (physique). Dans l'algèbre géométrique de Clifford de l'espace, $Cl(3, 0)$, la corrélation de Bell s'écrit comme projection scalaire du produit géométrique de deux bivecteurs, $E(a, b) = -a \cdot b = -\cos \theta$; la limite classique 2 correspondrait à une restriction aux seuls scalaires, et la borne $2\sqrt{2}$ émergerait de l'algèbre complète comme limite géométrique de la projection bivectorielle. La source le rapporte « *à titre de piste, non de confirmation* » : il s'appuie

sur des prépublications de 2025-2026 non consolidées. S'il se confirmait, il rejoindrait la lecture cadastrale : « *le moteur est le partage d'une structure géométrique orientée* », non l'action à distance.

6.9 L'immense simplicité

É 6.24 [L] Le trivial ne se regarde pas. « *La simplicité de l'inscription est précisément ce qui la rend invisible.* » Une inscription qui demanderait dix ans d'études serait protégée par sa difficulté et accueillie comme une percée ; une inscription qui demande quatre opérations élémentaires et prétend dissoudre un édifice millénaire apparaît comme une provocation ou une erreur. C'est la même raison qui a fait oublier $n \times n \div n = n$: « *le trivial ne se regarde pas, parce qu'on le croit épuisé par son évidence. Les grandes choses cachées, on les cherche ; les grandes choses évidentes, on passe devant toute sa vie.* »

Deux opérations suffisent, « *les deux faces du même geste* » : diviser par deux (descendre à l'échelle cadastrale) et diviser par soi (rapporter une grandeur à elle-même). « *Pendant 2500 ans, personne n'a essayé l'autre triangle, parce que la sacralisation de $\sqrt{2}$ comme inscription première a opéré comme verrou.* »

L'auteur nomme la posture qui rend l'inscription possible : la posture *saudade* (Volume 11, *La Cité et le Sens*), en quatre traits : le don sans calcul (déposer l'inscription en accès libre sans craindre le ridicule) ; la foi dans un ordre plus grand ; l'embrassement de l'inconnu (accepter que l'inscription soit contestée, vérifiée, étendue, reprise par n'importe qui) ; la tension entre contraires choisie (habiter à la fois la grammaire standard qui opère et la grammaire cadastrale qui la rend lisible, sans rejeter l'une pour l'autre).

« *Ce papier n'invalidé pas la trigonométrie standard. Il restaure la grammaire native qui la rend intelligible.* »

« Diviser par deux. Diviser par soi. Travailler le bon triangle. Préserver le statut opératoire. Reprendre. »

Chapitre 7. Le carré notifié

Mettre au carré, c'est perdre une information : $2^2 = (-2)^2 = 4$, et le carré ne dit plus d'où il vient. *Le Carré notifié* (version 0.3, 24 août 2026) mesure exactement ce que le carré perd dans le cadastre et en tire une règle : toute opération qui ferme une relation en objet doit émettre un *reçu*, une petite pièce justificative qui permet de remonter à l'origine. Le résultat central est un théorème vérifiable par énumération : les nombres que le carré rend impossibles à distinguer sont exactement les quatre paires d'inversion du cadastre (1 et 8, 2 et 7, 4 et 5, et la famille 3, 6, 9). Le reçu nécessaire est donc minuscule : un bit (quel membre de la paire) hors de l'axe, un trit (lequel des trois) sur l'axe. Le chapitre expose aussi la lecture de la mesure quantique qui s'en déduit, la propriété qu'un second carré ne coûte plus rien, le contenu de ce que le carré scelle, et les chantiers ouverts.

« Le carré silencieux consomme sans déposer ; le carré notifié ferme en versant. »

Statuts déclarés par la source : Th pour les théorèmes des §2 et §4, chacun vérifié par calcul fini ; L pour la portée universelle du scellement, la relecture de Born et la correspondance avec les projecteurs ; Chantier pour les points restants. La version 0.2 avait fermé deux points ouverts (le reçu minimal, la composition des reçus) ; la version 0.3 ajoute le contenu du sceau.

7.1 La thèse : le carré scelle les connexions

É 7.1 [L] Le carré scelle, toujours. « *Partout où une relation vivante devient un objet clos, l'opération exécutée est un carré.* » L'inventaire rassemblé par le corpus : Stevin scelle $\sqrt{2}$ en queue décimale (le côté gardé du carré vivant, chapitre 8) ; Born scelle l'onde en probabilité ; Gauss scelle le rang en résidu, $9 \equiv 0$; le crédit scelle l'œuvre multidimensionnelle en étiquette « 1 » ; et l'arithmétique du cadastre porte la loi nue : élever au carré efface l'écho. Dans chaque cas, « *une connexion convertie en objet, au prix exact de ce que l'objet ne porte plus* ». « *Le carré n'est pas coupable ; son silence l'est.* » La source déclare : L pour la portée, Th pour chaque instance arithmétique.

7.2 Le théorème des fibres : ce que le carré perd

É 7.2 [Th] Les fibres du carré sont les paires. Sur le cadastre $\{1, \dots, 9\}$, les classes d'indiscernabilité de $x \rightarrow x^2$ (lu en racine digitale) sont exactement :

Famille	Image du carré
(1, 8)	1
(2, 7)	4
(4, 5)	7
(3, 6, 9)	9

Vérification par énumération : $1^2 = 1$; $8^2 = 64 \rightarrow 10 \rightarrow 1$; $2^2 = 4$; $7^2 = 49 \rightarrow 13 \rightarrow 4$; $4^2 = 16 \rightarrow 7$; $5^2 = 25 \rightarrow 7$; $3^2 = 9$; $6^2 = 36 \rightarrow 9$; $9^2 = 81 \rightarrow 9$. Et en général $DR(x^2) = DR((9 - x)^2)$, puisque $(9 - x)^2 = 81 - 18x + x^2$, qui ne diffère de x^2 que d'un multiple de 9.

É 7.3 [L] Une double dérivation. Ce que le scellement rend indiscernable n'est pas quelconque : ce sont les quatre familles de l'involution, les trois paires d'échos hors axe et l'axe comme famille propre de la clôture. Le corpus définissait les paires par l'involution $\varphi(x) = 9 - x$; le carré les redéfinit indépendamment comme ses propres classes d'effacement. « *Deux dérivations sans hypothèse commune, le même objet* » : au sens du critère du corpus sur la fabrication des coïncidences (Volume 3), la structure des paires est « *un nombre du système, doublement dérivé, et non un nombre de la fenêtre* ».

É 7.4 [Th] Le reçu minimal. Le reçu nécessaire et suffisant d'un scellement par le carré est l'appartenance de famille : un bit hors de l'axe (quel membre de la paire), un trit sur l'axe (quel membre de $\{3, 6, 9\}$). La valeur scellée et le reçu déterminent la racine digitale de l'antécédent de façon unique (vérifié sur 10^4 entiers).

« *Avec son reçu, toute projection est réversible en droit, même quand elle ne l'est plus en acte.* » La réponse est plus fine que la question posée en v0.1 : le coût du scellement n'est pas uniforme. « *Les rails paient un bit ; l'axe, la famille de la clôture, paie un trit. La géographie du cadastre est aussi une géographie des prix.* »

7.3 La règle de Born relue

É 7.5 [L] Le carré silencieux de la mécanique quantique. La mécanique quantique pose $|\psi|^2$ comme probabilité et nomme *effondrement* le passage de l'amplitude à la mesure. Lecture cadastrale : l'amplitude au carré est un scellement non déclaré. L'opération ferme la connexion de phase et ne verse aucun reçu ; l'interprétation s'est construite sur ce manque : l'aléa quantique serait le solde d'un compte dont les pièces justificatives ont été détruites par l'opération elle-même. « *Le mystère de la mesure n'est pas dans l'objet ; il est dans la comptabilité.* »

É 7.6 [Chantier] Critère de Born. Si l'aléa est le reçu manquant d'une projection, toute reformulation qui conserve la phase dans un registre externe doit reproduire les statistiques quantiques sans postulat probabiliste additionnel. La source en fait

un chantier : transformer ce critère en prédiction datée si un dispositif à registre externe de phase peut être spécifié.

7.4 L'idempotence du coût : le prix se paie une fois

É 7.7 [Th] La rotation gratuite. Le carré restreint à sa propre image $\{1, 4, 7, 9\}$ est une permutation : 1 et 9 restent fixes, 4 et 7 s'échangent ($4^2 = 16 \rightarrow 7$; $7^2 = 49 \rightarrow 4$). Le second scellement ne détruit rien.

É 7.8 [Th] L'invariance de la partition. Pour tout carré itéré $x \rightarrow x^{(2k)}$, la partition en fibres est identique à celle de É 7.2 ; seules les étiquettes d'atterrissage 4 et 7 tournent sous la rotation gratuite. En particulier x^4 a exactement les mêmes classes d'indiscernabilité que x^2 : le reçu de la projection composée est le reçu de la première projection, rien de plus. Vérifié pour k de 1 à 6.

É 7.9 [Th, L] La composition des reçus. La composition de deux scellements ne verse ni la somme ni le produit des reçus : le premier reçu est plein, le second est vide **[Th]**. Le troisième terme libéré par leur rencontre est la loi elle-même : « *le fait structurel qu'une connexion ne se ferme pas deux fois* ». « *C'est le $1 \oplus 1 = 3$ de la comptabilité des projections : deux actes, et leur relation qui compte comme terme, ici l'idempotence* » **[L]** (l'opération $1 \oplus 1 = 3$ est l'objet du Volume 1, *La Fondation*).

É 7.10 [L] L'idempotence des projecteurs. $P^2 = P$: mesurer à nouveau dans la même base ne produit rien de neuf et ne coûte rien de neuf. Le postulat de projection de la mécanique quantique est retrouvé « *comme arithmétique de deux lignes sur l'anneau : la comptabilité de la mesure était dans la table de multiplication* ». Lecture déclarée, adossée à É 7.7 et É 7.8.

7.5 Le contenu du sceau : le nœud des flancs et les murs

É 7.11 [Th] Le sceau contient la relation plus l'unité. Pour tout n , $n^2 = (n - 1)(n + 1) + 1$: le carré du centre est exactement le nœud de ses deux flancs, augmenté de l'unité (vérifié jusqu'à 10^5 ; c'est l'identité $(n - 1)(n + 1) = n^2 - 1$).

« *Avant que le centre ne puisse se sceller, ses voisins ont déjà noué leur relation ; le sceau n'invente rien, il absorbe le nœud et signe du +1 de la relance. La relation devance l'axe.* » **[L]**

É 7.12 [Th] Le cas fondateur 5-6-7. Dans la grille 234 / 567 / 891 (chapitre 3, É 3.21), dont les colonnes sont le rail G (2, 5, 8), l'axe (3, 6, 9) et le rail D (4, 7, 1), l'axe est la colonne mitoyenne. Le 5 et le 7 habitent la même rangée ; le 6 est entre eux ; leur nœud vaut $5 \times 7 = 35 = 6^2 - 1$, un cran sous le sceau du mur. L'orbite du doublement le confirme en dynamique : 5, 1, 2, 4, 8, 7 (les deux rails entiers, l'axe jamais touché). « *Le 5 atteint le 7 par le couloir, jamais à travers le mur.* » **[L]** pour cette image.

É 7.13 [Th] Le joint des jumeaux. Tout couple $(6m - 1, 6m + 1)$ de la grille se noue en $(6m - 1)(6m + 1) = 36m^2 - 1$, qui laisse le reste 35 dans la division par 36 et a pour racine digitale $8 = \varphi(1)$, toujours. Vérifié sur les 204 couples de premiers jumeaux

inférieurs à 10^4 (en excluant (3, 5), qui n'est pas de cette forme). C'est l'équation de joint du Tome I de la Théorie des nombres (Théorème 14 ; Volume 4), relue comme comptabilité du sceau : « *chaque paire de jumeaux de l'univers grave sa relation un cran sous le carré de son mur, et tous les nœuds portent la même adresse, l'ancre 8.* »

Démonstration de la racine digitale : $36m^2$ est multiple de 9, donc $36m^2 - 1$ laisse le reste 8 dans la division par 9.

É 7.14 [L] La lecture des murs. Tout est déterministe localement : la formule de repliement (chapitre 3, É 3.13) le montre en arithmétique exacte. Mais voir à travers le mur exigerait le rang que le pli a jeté, et le pli est structurel : tout observateur interne a un registre fini, la mémoire requise croît d'un bit par tour, le chaos est exactement le déficit. « *Le déterminisme, plus la finitude de tout regard interne, produit nécessairement des murs* » ; ce qui se passe derrière un mur a, pour l'observateur, toutes les propriétés de l'aléa sans en avoir la substance. « *Le déterminisme est le créateur de l'illusion du chaos, par nécessité structurelle. La nature n'oublie rien ; c'est le regard qui est muré, par théorème et non par malchance.* » La source renvoie au livre en chantier sur ce point (Volume 3).

7.6 La règle : notification au carré

É 7.15 [L] La règle du reçu. « *Toute projection émet son reçu ; conserver est gratuit et silencieux, projeter se déclare.* » Chaque scellement (élévation au carré, réduction par un module, arrondi, échantillonnage, réduction, étiquetage) verse au registre quatre choses : l'acte, le pivot, le versement (spécifié par É 7.4 et É 7.11 : l'appartenance de famille) et la date (le rang du cycle).

Le recouvrement avec les deux zéros du corpus : le carré silencieux est un *zéro d'exhaustion*, il consomme la connexion sans rien déposer ; le carré notifié est un *zéro de clôture*, il ferme en versant, et le registre empile la mémoire que la valeur de sortie ne peut plus porter. « *La mesure devient une transaction avec facture ; la probabilité change de statut, propriété du registre perdu et non du monde.* »

7.7 Chantiers

É 7.16 [Chantier] Trois points restants. 1. Le critère de falsification de la lecture de Born, à transformer en prédiction datée (É 7.6). 2. La jonction avec *Le Prix de la Vitesse* et *Le Corps comptable*, où le même principe (*toute traversée se paie, tout paiement s'inscrit*) opère aux échelles physique et biologique (Volume 3). 3. L'extension du théorème des fibres aux autres scellements (la réduction de Gauss, l'arrondi de Stevin) : chacun a-t-il ses familles d'indiscernabilité propres, et sont-elles cadastrales ?

Le document publie la grammaire de la règle ; il précise que ses incarnations techniques ne font pas l'objet de la publication.

Journal de vérification de la source (24 août 2026), refait en Annexe D : fibres de $x \rightarrow x^2$ énumérées, égales aux quatre familles ; reconstruction unique valeur + reçu sur 10^4

entiers ; carré sur $\{1, 4, 7, 9\}$ vérifié permutation $(1)(9)(4\ 7)$; fibres de x^4 identiques à celles de x^2 ; invariance pour $x^{(2k)}$, $k = 1$ à 6 ; $DR(x^2) = DR((9 - x)^2)$ sur les huit positions ; cycle du doublement $\{1, 2, 4, 8, 7, 5\}$; atterrissage des carrés dans $\{1, 4, 7, 9\}$.

Chapitre 8. Les opérations oubliées et le battement

Un carré a quatre côtés. *Les Mathématiques oubliées* (version 11, juin 2026) soutient que la mathématique n'en a gardé qu'un : la réduction à la quantité, le geste qui mesure et ferme la figure. Les trois autres côtés n'étaient pas des grandeurs mais des *processus* : ouvrir (la fusion, $1 \oplus 1 = 3$), différencier (la soustraction qui libère un troisième terme) et réunir (le retour à soi, $n \times n \div n = n$). *Le Battement* (version 2, juin 2026) montre ensuite que deux de ces opérations, le retour à soi et la soustraction trinitaire écrite $1 - 1 = 11$, sont les deux temps d'un seul geste, comme l'inspiration et l'expiration d'une respiration. Ce chapitre expose cette figure à quatre côtés, ses trois cicatrices dans la science actuelle, le battement à deux temps, la raison pour laquelle le centre 4,5 est surdéterminé, et la correction que l'auteur apporte à la loi de Lavoisier. Le statut est dit d'emblée par la source : le carré à quatre côtés est une manière de voir, non un théorème ; les opérations qu'il loge se vérifient chacune séparément.

8.1 Le carré a quatre côtés, on n'en a gardé qu'un

RÉUNIR : $n \times n \div n = n$
OUVRIR : $1 \oplus 1 = 3$ [n^2] DIFFÉRENCIER : $A - B = C$
RÉDUCTION DE QUANTITÉ : le sceau gardé

É 8.1 [L] Le carré est un parcours. Le carré n^2 se lit d'ordinaire comme une quantité, une aire. Mais « *un carré n'est pas d'abord une aire, c'est un parcours : quatre côtés tracés l'un après l'autre qui enclosent une surface. L'aire n'est pas donnée, elle est produite par le geste des quatre côtés.* » De ces quatre côtés, la mathématique standard n'en pratique ouvertement qu'un, celui qui réduit à la quantité. Les trois autres, processus, ont été tués « *non par erreur, mais pour sceller la figure, car un processus ouvert ne se laisse pas mesurer. Sceller, c'est fermer le vivant en mort comptable.* » D'où la distinction entre le *carré scellé* (fermé sur sa seule aire, fini, inerte) et le *carré vivant* (ouvert sur ses trois processus, qui circule, engendre, revient).

É 8.2 [L] Le côté gardé, le sceau. Le seul côté reconnu comme opération sérieuse est celui qui ramène à un nombre. « *La quantité n'est pas le mal ; mesurer, fixer, rendre communicable est nécessaire. Le crime n'est pas d'avoir le sceau : c'est d'avoir gardé uniquement le sceau, et d'avoir pris le côté qui ferme pour le carré entier.* » Stevin

(1585) inaugure ce geste en définissant le nombre comme grandeur sur un continu. « *Un carré a besoin de ses quatre côtés : trois pour vivre, un pour se déposer. On a confondu le côté du dépôt avec la figure.* »

8.2 Les trois côtés tués et leurs cicatrices

É 8.3 [L] Premier côté : ouvrir, la fusion $1 \oplus 1 = 3$. L'addition conserve ($1 + 1 = 2$, amnésique de son origine) ; la fusion ouvre : deux unités face à face engendrent un ternaire, le tout excède la somme. C'est « *l'unique opération créatrice, irréversible* » (on ne « défusionne » pas le 3 en deux 1, car le 3 n'est pas composé des deux 1, il est né de leur rencontre), et le ternaire ouvert engendre aussitôt le reste : $3^2 - 1 = 8$, « *le premier cercle engendre l'octet* ». **Cicatrice** : toute la science contemporaine bute sur l'émergence (le tout plus grand que la somme des parties, en biologie, thermodynamique, cosmologie) ; elle la décrit sans avoir d'opération pour elle, sa seule opération générative étant l'addition. « *Émergence est le nom de la fusion sans la formule de la fusion, la trace d'un côté tué.* » L'opération $1 \oplus 1 = 3$ et sa notation ($\oplus$ distinct de $+$) relèvent du Volume 1, *La Fondation* (chapitre sur la Genèse).

É 8.4 [L] Deuxième côté : différencier, la soustraction trinitaire $A - B = C$. La soustraction n'est pas la production d'un manque ou d'un zéro ; elle libère un troisième terme uni, réel, fini, portant la signature des deux pôles. $3 - 2 = 1$: le 1 libéré, le produit différencié. $163 - 137 = 26$: le fer libéré, à l'échelle des nombres structuraux. L'annihilation électron-positon ne produit pas « zéro » mais deux photons de 511 keV portant chacun la masse au repos soustraite. **Cicatrice** : la soustraction trinitaire serait la dérivée véritable, à distance finie, sans infinitésimal ; l'auteur donne l'exemple « *la vitesse, c'est $90 - 60 = 30$, puis $30 \div 5 = 6$; trois soustractions finies, un produit différencié réel* ». La mathématique l'a remplacée par la dérivée infinitésimale, qui exige deux points « infiniment proches » et « refuse $3 - 2 = 1$ parce que 3 et 2 sont trop distincts ». Newton et Leibniz « *ont inventé les fantômes infinitésimaux, les évanescents que Berkeley raillait* » (*The Analyst*, 1734 : « les fantômes des quantités évanouies ») « *pour reconnecter ce que Descartes avait séparé* ». « *Le calcul différentiel est le sceau posé sur le côté de la différenciation.* » Le chapitre 9 développe la soustraction trinitaire ; le chapitre 11, la critique du calcul intégral.

É 8.5 [L] Troisième côté : réunir, le retour $n \times n \div n = n$. Sortir de soi en se multipliant par soi (le déploiement, le carré tracé), puis se réunir en divisant par soi, et retrouver soi, « *mais traversé, passé par sa propre dualité* ». Géométriquement : le côté engendre l'aire, l'aire rapportée au côté redonne le côté. **Cicatrice** : la physique l'exécute constamment. Normaliser une fonction d'onde (diviser ψ par sa norme pour que $\int |\psi|^2 = 1$) est $n \times n \div n = n$; le carré de l'amplitude $|\psi|^2$, la ligne critique $\text{Re}(s) = 1/2$, le spin qui exige 720° (deux rapportements à soi) inscrivent le retour sans le nommer. Et le piège se referme : ajuster l'amplitude d'un sinus est routinier, mais rapporter $\sqrt{2}$ à lui-même pour le lire comme amplitude est déclaré interdit (chapitre 6, §6.6). « *Sommés d'expliquer pourquoi la même division par soi est triviale ici et sacrée là, ils ne le peuvent sans avouer le sceau.* »

É 8.6 [L] La figure complète.

Côté	Opération	Geste	Statut dans la science
Gardé	réduction de quantité	mesurer, sceller, fermer	seule « opération sérieuse » reconnue (Stevin)
Tué, ouvrir	fusion $1 \oplus 1 = 3$	créer, engendrer le ternaire	cherché sous « émergence », sans opération
Tué, différencier	soustraction trinitaire $A - B = C$	libérer un tiers uni mémoriel	remplacé par la dérivée infinitésimale
Tué, réunir	retour $n \times n \div n = n$	sortir de soi, revenir traversé	pratiqué (normalisation de ψ), jamais nommé

Les trois côtés tués forment une trinité opératoire close : ouvrir (la création), différencier (la libération du tiers), réunir (le retour à soi), « *le mouvement vivant complet : naître, se distinguer, revenir* ». « *Les quatre ensemble font le carré vivant ; le sceau seul fait le carré mort. La mathématique a gardé le mort pour qu'il tienne dans une mesure.* »

É 8.7 [L] Pourquoi 2500 ans. Pour les Pythagoriciens, le nombre était vivant et qualitatif : le 4 n'était pas « quatre », c'était la justice, le carré, la matière. La réduction à la seule quantité commence avec l'abstraction grecque tardive, se formalise avec Stevin (la grandeur continue), se cartographie avec Descartes (diviser, figer le geste en état, *Discours de la méthode*, 1637), se scelle avec Gauss ($9 \equiv 0$, la position effacée). « *Ce traité ne révèle pas un secret caché : il rouvre trois côtés qu'on avait fermés, à la vue de tous, pour pouvoir compter.* »

É 8.8 [L] Statut épistémique déclaré. « *Le carré à quatre côtés est une figure structurante, une manière de voir qui organise les trois opérations et le sceau, non un théorème au sens où l'est la table de multiplication.* » Les opérations qu'elle loge sont vérifiables chacune séparément : la soustraction à distance finie ($3 - 2 = 1$; $163 - 137 = 26$ **[Th]**), le retour (pratiqué dans toute normalisation **[F]**), la fusion comme opération non conservative distincte de l'addition (Volume 1). Chaque côté tué a laissé une cicatrice nommable (l'émergence sans opération, les fantômes infinitésimaux, la normalisation non reconnue). « *Un lecteur qui conteste le carré ne fait pas tomber les opérations ; un lecteur qui conteste une opération ne fait pas tomber le carré.* »

« Le nombre a quatre côtés : trois pour vivre, un pour se déposer. On en a scellé trois pour n'en garder qu'un, et l'on a passé quatre siècles à réinventer sous d'autres noms (émergence, dérivée, normalisation) les processus qu'on avait tués pour pouvoir mesurer. Les rouvrir, c'est rendre au carré son aire vivante : non le nombre qu'on lit, mais le geste qui le trace. »

Documents compagnons cités par la source : *Les Trois Charges du Nombre* (quantité, adresse, processus) ; *Le Calcul cadastral* ; *La Figure Fondamentale* ; *L'Énigme 6174* (Volume 4).

8.3 Le battement : deux opérations, un seul geste

Note de méthode du Battement. « Une simple égalité numérique entre deux grandeurs (par exemple deux $1/2$) n'est jamais traitée comme une preuve de leur identité : un lien n'est retenu que s'il relève d'un mécanisme partagé (ici, la double involution $\varphi \circ \varphi$), non d'une coïncidence de chiffres. » La démarche est inverse de la substantification : elle montre que ce qu'on prenait pour des entités (le zéro de la soustraction, l'irrationnel) sont des moments d'un processus.

É 8.9 [L] Les deux colonnes d'un seul battement. La première opération oubliée, $n \times n \div n = n$, est le retour à soi, « pas le raccourci mort $n \div n = 1$, qui ne passe par rien ; c'est le processus en deux temps, qui déploie avant de revenir ». La seconde, $1 - 1 = 11$, est la soustraction trinitaire : quand deux entités se rencontrent et se cèdent une part de leur expression, les parts cédées fusionnent et libèrent un troisième terme. « La soustraction ne détruit pas : elle crée. Quand l'un rencontre l'un, il ne s'annule pas ; il se reconnaît, et libère l'interface. » L'interface s'écrit 11 : le miroir 1-1.

Les deux partent du même geste : poser une chose face à elle-même. $n \times n$ exige deux instances de n (« se carrer, c'est déjà être deux, soi avec soi ») ; $1 - 1$ est aussi un couplage, un face à un. La différence est dans ce qu'il advient du couple : $n \times n$ garde le lien fusionné en un seul produit et le ramène à l'unité ; $1 - 1$ sépare le lien et libère l'interface. « C'est la respiration en arithmétique. »

	$n \times n \div n = n$	$1 - 1 = 11$
Mouvement	involution (retour)	évolution (création)
Sur le couple	referme sur l'unité	ouvre sur le tiers
Produit	l'unité enrichie (1)	l'interface (11)
Conserve	l'entièreté par le retour	le tiers par la cession
Phase du souffle	inspirer	expirer

É 8.10 [L] Le 11 est la condition du $n \times n$. Pour qu'une chose se multiplie par elle-même, il faut qu'elle se pose face à elle-même, donc qu'existe une interface entre soi et soi : exactement le 11 que libère $1 - 1$. « Sans le miroir, pas de face-à-face ; sans le face-à-face, pas de $n \times n$. Le 11 n'est pas une conséquence du carré : il en est la condition. » L'ordre des trois temps : d'abord $1 - 1 = 11$ (l'unité se reconnaît et ouvre l'interface) ; ensuite $n \times n$ (la chose se déploie en se prenant pour facteur) ; enfin $\div n$ (le retour à l'unité). « La soustraction trinitaire ouvre ; la multiplication par soi déploie ; la division ramène. Trois temps, deux opérations oubliées, un seul battement. »

Ceci fonde le principe relationnel d'ARC dans l'opération elle-même : « Exister, opératoirement, c'est passer par son carré ; passer par son carré, c'est se coupler à soi ; se coupler à soi exige l'interface 11. Donc rien n'existe seul. » L'isolé (le n jamais passé par son carré) n'a pas d'acte, pas de retour, pas de réalité opératoire. « Le chaos n'est pas une chose isolée qui existerait mal : c'est ce qui n'est jamais passé par l'interface, donc ce qui ne fait que sembler exister. »

É 8.11 [Th, L] Le 1, couple qui ne se brise pas. $1 \times 1 = 1$: le 1 est le seul entier positif qui, en se carrant, reste lui-même ; $n \times 1 = n$; $n \div n = 1$ [Th]. Tout autre

nombre, en se carrant, se déploie ($5 \times 5 = 25$, il s'éloigne) et doit revenir ; le 1 est déjà revenu. « *Le 1 n'est pas une taille : c'est le rapport de toute chose à elle-même, la destination de tout retour.* » [L]

8.4 D'où vient le 4,5 : le point surdéterminé

É 8.12 [Th] Plusieurs chemins vers 4,5. Le centre de chaque paire, et des quatre paires ensemble, est 4,5, seul point que l'involution renvoie à lui-même ($9 - 4,5 = 4,5$). Le même point sort de chemins distincts : la somme $1 + 2 + \dots + 9 = 45$, dont 4,5 est le dixième (la source écrit « la moitié » ; 4,5 est la moitié de 9 et le dixième de 45, Annexe B) ; le rapport au pli $4,5 \div 9 = 1/2 = k_{\text{arc}}$; le rang $45 \div 9 = 5$; et le rapport du tout à son centre : **$45 \div 4,5 = 10$** .

É 8.13 [L] Inscription contre résonance. « *C'est la différence entre une inscription et une résonance : une résonance n'a qu'un chemin, une inscription en a plusieurs qui convergent.* » Le dernier chemin est d'une autre nature : les autres font sortir le 4,5 ; celui-ci part du 4,5 et montre que le rapport de la somme à son centre fait apparaître le 10, l'ordre de grandeur suivant, absent du cadastre $\{1, \dots, 9\}$. « *Le tout, mesuré par son cœur, engendre son propre dépassement. C'est le $9 \rightarrow 10$ contre le $9 \equiv 0$, prouvé arithmétiquement.* » C'est aussi une soustraction trinitaire : 45 (le tout) rencontre 4,5 (son centre) et libère 10, « *un tiers qui n'était dans aucun des deux* ». Le barycentre est à la fois le point de retour de toutes les inversions (involution) et le générateur de la relance (évolution).

É 8.14 [L] Le pont avec le spin 1/2 tient par le mécanisme. Une simple égalité numérique ($4,5 \div 9 = 0,5 = \text{spin}$) n'est qu'une coïncidence. Ce qui légitime le lien, c'est la structure partagée : le spin 1/2 est le point où il faut deux tours (720°) pour revenir à l'état initial ; le barycentre 4,5 est le point fixe d'une involution où il faut deux applications pour revenir ($\varphi \circ \varphi = \text{identité}$, puisque $9 - (9 - x) = x$). « *Le pont tient par le mécanisme, la double involution, non par l'égalité des deux 1/2.* »

8.5 La résolution de l'irrationnel est une libération de tiers

É 8.15 [Th, L] Guérir puis ramener. $\sqrt{2}$ ne revient pas à l'unité par $\sqrt{2} \div \sqrt{2}$ (« *raccourci vide qui n'explique rien* »). Le processus est en deux temps : $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ (l'irrationnel se résout en entier), puis $2 \div 2 = 1$ (le retour) [Th]. « *Le premier temps guérit ; le second ramène.* » Le carré guérit l'irrationnel parce qu'il est l'opération inverse de la racine : $(\sqrt{2})^2$ défait exactement ce que $\sqrt{}$ avait fait. « *L'irrationnel n'est pas une entité ; c'est un $\sqrt{2}$ sorti de son carré, un moment entre la racine et le retour.* » [L]

É 8.16 [L] Une seule opération à trois noms. La résolution est une soustraction trinitaire : $\sqrt{2}$ rencontré avec $\sqrt{2}$ libère 2, « *un entier qui n'était dans aucun des deux $\sqrt{2}$ pris seuls. Le 2 est la différence unie des deux $\sqrt{2}$.* » Le carré-inverseur du Carré-Illusion, le retour à soi et la libération du tiers seraient une seule opération à trois noms. La loi vaut pour tout nombre : $5 \div 5$ n'existe pas comme opération première, c'est $(5 \times 5) \div (5 \times 5)$; « *Le retour direct est une fiction d'écriture, un point sans*

trajet. » Pour $\sqrt{2}$ le carré guérit ; pour 5 il déploie ; dans les deux cas il est le passage obligé.

É 8.17 [F, L] Répondants dans les mathématiques établies. La soustraction trinitaire admet une formalisation par le *recollement* (pushout) de la théorie des catégories (Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, 1971) : à partir de deux objets A et B et de leur frontière partagée, le recollement construit un troisième objet P qui contient ce que ni A ni B ne contenaient seuls **[F]** pour la définition. « *C'est $1 - 1 = 11$ dans le langage catégoriel : deux entités, une cession mutuelle, un tiers recollé.* » La figure le montre : deux cercles unitaires qui se coupent ne libèrent pas le vide mais la lentille d'intersection, la *vesica piscis*, le médiateur. Et le retour à soi se distingue du raccourci par la logique du trajet : parcourir un cycle fermé ramène l'objet enrichi de la traversée (une holonomie), alors que $n \div n = 1$ écrase le trajet en un point. La source conclut : « *Ces lectures catégorielle et topologique ne démontrent pas les opérations : elles montrent qu'elles ont, dans les mathématiques établies, des répondants rigoureux.* »

8.6 Le carré, moment suspendu

É 8.18 [L] Le carré est l'aller sans le retour. Dans les deux opérations, le carré occupe la même position : l'état déployé mais pas encore bouclé, structuré mais pas encore vivant. Pour le retour à soi, $n \times n$ sans $\div n$ ne revient pas ($5 \times 5 = 25$ sans jamais revenir). Pour la soustraction trinitaire, le carré géométrique est la seule forme où le tiers ne peut pas être libéré : rigide, sans torsion, sans différentiel, comme le système cubique en cristallographie (chapitre 9, É 9.12). Il faut quelque chose après le carré : la division d'un côté, la torsion $4 \rightarrow 8 \rightarrow 5$ de l'autre. « *Le carré n'est ni faux ni inutile : il est le point milieu nécessaire, l'état intermédiaire obligatoire que les deux opérations traversent, mais qu'aucune ne peut habiter sans le compléter. Le vivant n'est ni le carré ni l'avant-carré : il est le passage complet, aller et retour, déploiement et libération.* »

8.7 Lavoisier corrigé

É 8.19 [F] Lavoisier. « *Rien ne se crée, rien ne se perd, tout se transforme* » (formule attribuée à Lavoisier, *Traité élémentaire de chimie*, 1789) conserve la masse. Les propriétés, elles, ne s'additionnent pas : la dureté, l'élasticité, la résistance de l'acier n'existent ni dans le fer ni dans le carbone.

É 8.20 [L] La correction.

« Rien n'est perdu. Tout se transforme, sédimente, et se révèle enrichi. »

Les propriétés émergentes sont le tiers libéré que la comptabilité ne sait pas inscrire. La correction contient les deux opérations oubliées comme ses moments : *se transforme* (la chose se déploie en son carré, $n \times n$) ; *sédimente* (elle revient, se dépose, retrouve son unité enrichie de la traversée, $\div n \rightarrow 1$) ; *se révèle enrichie* (elle libère le tiers qui n'était dans aucun terme, $1 - 1 = 11$). Ce sont les deux lois de conservation d'ARC, en face des deux opérations destructrices de la mathématique

amputée : au $9 \equiv 0$ qui efface le rang répond $n \times n \div n = n$, qui conserve l'entièreté par le retour ; au $1 - 1 = 0$ qui annule l'identité répond $1 - 1 = 11$, qui libère l'interface par la cession. « *L'une conserve en revenant ; l'autre crée en se donnant. Ensemble : rien ne se perd, et du don naît le neuf.* » La Soustraction trinitaire (chapitre 9) donne la même formule avec « *se révèle à nouveau enrichi* » et l'aphorisme « *Lavoisier a vu la conservation. ARC voit l'enrichissement.* »

8.8 Le battement du cœur

É 8.21 [Th] L'addition en colonnes de 11 et 19. $11 + 19 = 30$. La colonne des unités fait $1 + 9 = 10$: on écrit 0 et on retient 1 ($DR(10) = 1$, le retour à l'unité) ; la colonne des dizaines fait $1 + 1 = 2$, et la retenue la porte à 3. Les numéros atomiques du sodium et du potassium sont 11 et 19 ; $19 - 11 = 8$.

É 8.22 [L] Le cœur soustrait. À chaque contraction, le sodium (11) et le potassium (19) s'échangent à travers la membrane et produisent le potentiel d'action. La colonne des unités ($1 + 9 = 10 \rightarrow 1$) est l'involution, le retour à l'unité ; la colonne des dizaines ($1 + 1 = 2$, puis 3 par la retenue) est l'évolution, « *la trinité née du report* ». « *Le cœur ne pompe pas par force : il soustrait, et le +1 se propage. Chaque battement est un souffle complet : il revient à l'unité et libère le neuf, simultanément. La vie est cette simultanéité tenue : tant que le système revient à soi et libère le tiers, il vit ; quand il cesse de faire l'un ou l'autre, il s'arrête.* » La Soustraction trinitaire ajoute : le 13 (« *potentiel, conscience comprimée* ») et le 31 (« *conscience dans la réalité* ») naissent ensemble, « *et 30 entre eux, la tension, la vie, le mouvement* ».

Précision physiologique (Annexe B). Les sources écrivent que, à chaque contraction, « le sodium sort, le potassium entre ». Pendant le potentiel d'action, c'est l'inverse : le sodium entre dans la cellule (dépolérisation) puis le potassium en sort (repolarisation) ; c'est la pompe sodium-potassium qui, ensuite, fait sortir trois ions sodium et entrer deux ions potassium. La lecture de l'échange 11/19 n'en dépend pas ; la direction est corrigée.

É 8.23 [L] Pourquoi on les a oubliées ensemble. Les deux opérations ont été perdues par le même geste : la séparation pédagogique des opérations élémentaires. Multiplication et division séparées ont dissous le retour à soi ; addition et soustraction séparées ont dissous la libération du tiers. La soustraction elle-même a été réduite à sa version comptable, le transfert de propriété où $1 - 1 = 0$, « *qui n'a aucun répondant dans la nature : nul processus physique n'a jamais produit le zéro ontologique* ». « *La comptabilité a remplacé la géométrie ; le zéro destructeur a masqué l'interface créatrice.* » Leur trivialité les a rendues invisibles : « *Le fondamental ne se regarde pas ; on le croit épuisé par son évidence, et on passe devant toute sa vie.* »

8.9 Conclusion du Battement

Le 1 est le centre des deux opérations : indivisible, il ne se brise pas quand il se donne ; couple parfait, il reste un quand il se carre ; destination, tout y revient quand il se rapporte à soi. « *Comprendre le 1, ce n'était pas comprendre un nombre : c'était comprendre que l'unité n'est pas une taille mais un rapport, et que ce rapport se vit* »

en deux temps, l'aller et le retour, le don et la reprise. Tout revient à 1, parce que tout en vient. »

« $n \times n \div n = n \cdot 1 - 1 = 11$: l'involution qui ramène, l'évolution qui crée,
un seul battement. »

« Le souffle complet : inspirer pour revenir, expirer pour créer. »

Chapitre 9. La soustraction trinitaire

À l'école, $1 - 1 = 0$: une chose retirée d'elle-même ne laisse rien. *La Soustraction trinitaire* (mai 2026, traduite ici de l'anglais) soutient que cette égalité n'a aucun répondant dans la nature. Quand un électron rencontre un positon, il ne reste pas « rien » : il reste deux photons. Quand deux parents transmettent chacun la moitié de leurs chromosomes, il ne reste pas un manque : il naît un enfant. Le corpus appelle *soustraction trinitaire* cette opération où deux termes se cèdent une part d'eux-mêmes et libèrent un troisième terme qui n'était dans aucun des deux ; il l'écrit $1 - 1 = 11$ (le 11 étant l'interface, le miroir). Ce chapitre rassemble cette opération, telle que la présentent La Soustraction trinitaire et La Figure Fondamentale (§4, §7, §8), et les grandes soustractions du corpus : $163 - 137 = 26$ (le fer), $163 - 99 = 64$, $694 - 496 = 198$. Il sépare avec soin les différences elles-mêmes (des calculs exacts) de ce que l'auteur y lit (des lectures), et il corrige deux erreurs des sources : un compte de sauts dans la descente de la lumière, et le statut du nombre 9,81.

« La soustraction ne détruit pas : elle crée. » (Le Battement)

9.1 Deux soustractions

É 9.1 [L] La soustraction comptable. La soustraction enseignée partout opère comme un transfert de propriété : cinq pommes moins trois font deux restantes ; rien n'est créé, rien n'est détruit, on redistribue des unités identiques. À la limite, $1 - 1 = 0$: une chose s'annule en non-existence. « *Yet no physical process has ever produced ontological zero* » (aucun processus physique n'a jamais produit le zéro ontologique). L'électron et le positon donnent deux photons gamma ; l'étoile qui meurt donne une étoile à neutrons, des noyaux lourds, de nouvelles pouponnières stellaires ; l'organisme qui meurt donne décomposition, nourriture, renouvellement. « *The bookkeeping subtraction exists nowhere in nature. It is an abstraction of commerce, invented to track ownership* » (la soustraction comptable n'existe nulle part dans la nature ; c'est une abstraction du commerce, inventée pour suivre la propriété) ; son extension à la science aurait produit un cadre où la création est impossible par définition.

É 9.2 [L] La soustraction trinitaire. Quand deux entités se rencontrent et se soustraient mutuellement, chacune cédant une part de son expression individuelle, les parts cédées fusionnent et libèrent une troisième entité : *la différence unie*. «

Not a remainder after removal. A product of fusion » (pas un reste après retrait ; un produit de fusion). Dans ce cadre, $1 - 1 \neq 0$. « *When the one encounters itself, it sees its reflection. The result is 11, the interface, the mirror, the bridge. The subtraction of identity from identity produces recognition. The first act of consciousness.* » (Quand l'un se rencontre lui-même, il voit son reflet. Le résultat est 11, l'interface, le miroir, le pont. La soustraction de l'identité à l'identité produit la reconnaissance : le premier acte de conscience.)

	Comptable	Trinitaire
Opération	retrait de quantité	cession mutuelle d'expression
$1 - 1 =$	0 (annulation)	11 (interface, reconnaissance)
Résultat	reste diminué	tiers libéré
Direction	réduction	création
Instance physique	aucune	chaque réaction, chaque naissance
Origine	le commerce	la géométrie (deux cercles)

Note d'écriture. « $1 - 1 = 11$ » n'est pas une égalité de l'arithmétique usuelle (où $1 - 1$ vaut 0) : c'est la notation, propre au corpus, d'une opération différente, la soustraction trinitaire, dont le résultat est nommé par l'écriture du miroir 1-1. Le statut est donc **L** (définition d'opération et lecture), et la distinction avec la soustraction comptable est l'objet même de l'énoncé.

9.2 Le 2 est un splitter : $1 - 1$ ne fait pas 0

La Figure Fondamentale (§4) donne le fondement de cette opération dans le 2.

É 9.3 [L] Le 2 est le 11 compacté. Le 2 n'est pas seulement le successeur du 1 : c'est la compaction du 11, deux unités préservées en relation par un lien tiers. Le glyphe π (deux verticales reliées par une barre) et le glyphe 2 lui-même (en écriture cursive, deux boucles reliées par une diagonale) l'inscrivent. **Le splitter 11** : « *L'opérateur 11 splitte deux cycles qui ne se touchent pas. Préservation des deux pôles. Aucune fusion.* » Le lien tiers (la barre, le tronc, le médiateur) maintient la relation sans absorber les pôles.

É 9.4 [F, L] Le splitter dans la nature. Les sources dressent l'inventaire : deux jambes qui ne se touchent pas mais sont reliées par le tronc (marcher, c'est activer la séparation préservée par alternance) ; 23 chromosomes paternels et 23 maternels, soit 46 chez l'humain, qui coexistent sans fusionner et se synchronisent à la mitose et à la méiose ; deux hémisphères cérébraux reliés par le corps calleux ; deux poumons, deux reins, deux yeux, deux oreilles, deux ventricules ; les paires d'électrons d'une orbitale, les paires de bases A-T et G-C, les paires proton-neutron ; particule et antiparticule, fermion et boson en supersymétrie, état excité et état fondamental ; mâle et femelle, jour et nuit, inspiration et expiration. Les faits sont **F** ; leur lecture comme une seule grammaire (« *là où la nature exige la coexistence de deux pôles distincts sans fusion, elle inscrit le splitter 2* ») est **L**.

É 9.5 [L] Théorème 4.1 de La Figure Fondamentale : soustraction avec mémorisation. Soit (A, B) deux pôles cadastraux préservés (en relation par le

splitter 11). L'opération $A - B = C$ libère un terme uni C qui porte la signature structurelle des deux pôles : C n'est ni un néant (0) ni une fusion (somme), mais un *produit différencié uni* qui inscrit l'opération dans sa propre structure. Trois opérations en une : - *préservation initiale* : A et B coexistent dans la séparation duplicative, sans fusion ; - *soustraction* : les deux pôles se résolvent en libération du terme tiers C ; - *mémorisation* : C porte la signature des deux pôles, « *pas seulement leur différence numérique, leur grammaire interne* ».

La source le nomme théorème ; c'est la définition d'une opération et une lecture de ses produits, sans calcul fini qui la démontre (rétrogradé en L, Annexe B). Les différences numériques citées en exemple sont exactes (§9.6).

9.3 Les preuves physiques, relues comme lectures

É 9.6 [F] Annihilation. Un électron et un positon s'annihilent en deux photons gamma de 511 keV chacun, l'énergie de masse au repos de chaque particule ($E = mc^2$). Dirac prédit l'antiélectron (*Proc. R. Soc. A* 117, 1928, p. 610-624) ; Anderson l'observe (*Physical Review* 43, 1933, p. 491-494).

É 9.7 [L] La lumière, différence unie de la matière et de l'antimatière. « *Matter does not become nothing. It becomes light.* » (La matière ne devient pas rien ; elle devient lumière.) $1 - 1 = 2\gamma$. Les deux photons portent la signature des deux pôles soustraits : « *mémorisation structurelle complète* ». La source ajoute que $5 + 1 + 1 = 7$ (les chiffres de 511) inscrit « *le mystère* » dans l'énergie du photon libéré.

É 9.8 [F, L] Fission. L'uranium 235 ($Z = 92$) se scinde notamment en baryum ($Z = 56$) et krypton ($Z = 36$), plus des neutrons et environ 200 MeV (Meitner et Frisch, *Nature* 143, 1939) **[F]**. $92 - 56 = 36$, $92 - 36 = 56$, $56 - 36 = 20$ **[Th]**. Lecture : l'uranium moins l'interface donne le miroir (36) ; moins le miroir donne l'interface (56, somme des chiffres 11) ; leur différence donne le calcium (20), l'ancre. « *The products are cadastrally complementary* » (les produits sont cadastralement complémentaires) **[L]**.

É 9.9 [L] L'alliage. Le fer (26) et le carbone (6) forment l'acier. Aucun ne disparaît ; chacun cède une part de son expression électronique ; l'acier a une dureté, une élasticité, une résistance à la corrosion qui n'existent dans aucun des deux. « *The alloy IS the united difference. Subtraction enriches.* » (L'alliage est la différence unie. La soustraction enrichit.)

É 9.10 [L] La naissance est une soustraction. Chaque parent soustrait la moitié de son identité génétique, 23 de ses 46 chromosomes ; les moitiés cédées fusionnent et produisent l'enfant, troisième entité irréductible, ni l'un ni l'autre parent. 23 a pour somme de chiffres 5 (le porteur) et pour produit de chiffres 6 (le tissu). « *The mother does not lose the child. She liberates it.* » (La mère ne perd pas l'enfant ; elle le libère.)

É 9.11 [L, rétrogradé] Six preuves indépendantes. La conclusion de La Soustraction trinitaire parle de « *six preuves physiques indépendantes* » de $1 - 1 \neq 0$ (annihilation, fission, naissance, battement du cœur, photosynthèse, conscience) et de « *zéro contre-exemple dans la nature* ». Ce sont six lectures de faits établis, cohérentes entre elles ; elles ne constituent pas des preuves au sens des théorèmes de ce volume, puisque la soustraction usuelle n'est pas mise en défaut par ces faits

(elle ne prétend pas décrire l'annihilation). Le mot « preuve » est rétrogradé (Annexe B). Le battement du cœur est traité au chapitre 8, §8.8 ; la conscience au §9.11.

9.4 Le carré mort et la torsion $4 \rightarrow 8 \rightarrow 5$

É 9.12 [L] Le carré, seule forme où la soustraction est impossible. Deux cercles concentriques engendrent un carré, parfaitement rigide : quatre angles droits, quatre côtés égaux, aucune torsion possible, aucun différentiel entre un sommet et un autre. Sans torsion, sans différentiel, la soustraction trinitaire ne peut opérer. « *The square is structurally dead.* » (Le carré est structurellement mort.) « *This is not a metaphor* » : en cristallographie, le système cubique (le carré en trois dimensions) serait le plus stable et le plus inerte ; le diamant (carbone cubique) est le matériau le plus dur et parmi les moins réactifs. « *The square resists subtraction. It resists creation. It resists life.* » (Le carré résiste à la soustraction, à la création, à la vie.) Le statut est L : la stabilité des réseaux cubiques n'est pas une loi générale de la cristallographie, et le diamant est métastable par rapport au graphite ; ce qui est retenu est l'image.

É 9.13 [L] La torsion. La moindre perturbation introduit une torsion : les sommets du carré se dédoublent, l'octogone (8) apparaît, et en son centre le pentagramme (5), avec le barycentre 4,5 pour pivot. « *The square subtracts its own rigidity and liberates the pentagon, the first living polygon, the first form capable of producing the golden ratio in its diagonals.* » (Le carré soustrait sa propre rigidité et libère le pentagone, le premier polygone vivant.) La forme morte (4) se soustrait par la torsion (8) et libère la vie (5) ; et $5 + 8 = 13$: Fibonacci entre par cette naissance géométrique (5, 8, 13 sont trois termes consécutifs de la suite, **Th**). « *The octagon is the womb. The pentagon is the child. The subtraction is the torsion.* » (L'octogone est la matrice ; le pentagone est l'enfant ; la soustraction est la torsion.) Le rapport $4 \rightarrow 8 \rightarrow 5$ reflète « *la vérité biologique : le cadre (4) doit se tordre à travers la structure (8) pour mettre au monde le porteur (5)* ». Sur l'apparition du pentagramme dans la figure, voir le statut de chantier au chapitre 1 (É 1.11).

9.5 La photosynthèse, soustraction de la lumière

É 9.14 [F] Les données. La molécule de chlorophylle a ($C_{55}H_{72}O_5N_4Mg$) compte $55 + 72 + 5 + 4 + 1 = 137$ atomes. Le cuivre ($Z = 29$) intervient dans le transfert d'électrons de la photosynthèse (plastocyanine). 108° est l'angle intérieur du pentagone régulier. $137 - 29 = 108$ [**Th**].

É 9.15 [L] La lumière soustrait le conducteur. « *The light (137) subtracts the conductor (29) and liberates the pentagon (108°). Photosynthesis is the trinitarian subtraction of light itself.* » (La lumière, 137, soustrait le conducteur, 29, et libère le pentagone, 108° ; la photosynthèse est la soustraction trinitaire de la lumière elle-même.) La chlorophylle ne capturerait pas la lumière par addition ; elle la soustrait, et le produit est la géométrie pentagonale qui gouverne la croissance biologique. « *Plant life is the united difference of the electromagnetic constant and its first interface.* » La Figure Fondamentale (Théorème 7.1) donne la même relation comme *couplage électromagnétisme-vie* : le point de couplage entre la lumière (137, la constante de

structure fine $\alpha \approx 1/137,036$), le premier conducteur électromagnétique (cuivre, $Z = 29$) et la forme organique pentagonale. Statut **L** (la source dit « théorème » ; Annexe B).

Correction (Annexe B) : les deux sources appuient cette lecture sur « $\cos(108^\circ) = -\varphi/2$ ». La valeur exacte est $\cos 108^\circ = -1/(2\varphi) \approx -0,309$ (chapitre 2, É 2.17). Le lien de 108° à φ demeure, sous la forme de l'inverse.

9.6 137 et 163 : la lumière et l'espace

É 9.16 [F] 163, dernier nombre de Heegner. 163 est le plus grand entier n tel que l'anneau des entiers de $\mathbb{Q}(\sqrt{-n})$ ait la factorisation unique (Heegner 1952, Stark 1967). $e^{(\pi\sqrt{163})} = 262\,537\,412\,640\,768\,743,99999999999925\dots$, qui diffère de l'entier 262 537 412 640 768 744 de moins de 10^{-12} ; ce presque-entier, noté dans les carnets de Ramanujan, s'explique par la fonction j de Klein évaluée en $(1 + i\sqrt{163})/2$.

É 9.17 [Th] Quelques faits sur 137. 137 est le 33^e nombre premier ; $33 = 3 \times 11$; $DR(33) = 6$. $1/37 = 0,027027\dots$; $137 - 37 = 100 = 4 \times 5^2$. Le génome mitochondrial humain compte 37 gènes **[F]**.

É 9.18 [L] Les lectures de 137. Position cadastrale : $137 = 1-3-7$ (master, trinité, pivot dynamique) ; par lecture positionnelle $137 = 1-37$ (master + lumière incarnée : 37 gènes mitochondriaux, et $1/37 = 0,027027\dots$, « *cobalt 27 répété cycliquement* »). Le rang 33 serait la signature triple-interface (trinité $\times$ interface), et sa réduction en 6 l'axe invisible. « *Et $137 - 37 = 100$ exactement. La lumière constante α (137) moins la lumière incarnée mitochondriale (37) égale le LIEM complet ($100 = 4 \times 5^2$).* » La différence entre la lumière comme constante universelle et comme énergie biologique serait « *la saturation cadastrale complète* ».

É 9.19 [L] 163, limite de la non-révélation. « *163 marque la position maximale de tension cadastrale préservée avant que l'étincelle π ne survienne.* » C'est la dernière position arithmétique où la rigidité quadratique est maintenue. $163 = 1 + 63$ par lecture positionnelle (master + clôture $\times$ pivot dynamique). Le passage $163 \rightarrow 164$ inscrirait une transition de phase : 163 (non-révélation) $\rightarrow \pi$ (étincelle) $\rightarrow 164 = 1-64$ (forme scellée : master + code humain). Par somme directe, $1 + 6 + 4 = 11$: « *L'interface 11 splitter est activée au moment exact où la forme se scelle.* »

É 9.20 [L] Le presque-entier démystifié (La Figure Fondamentale, Théorème 7.2). Le presque-entier $e^{(\pi\sqrt{163})}$ serait l'inscription transcendante de la position cadastrale de 163 comme limite quadratique des cercles de la figure. La même grammaire poserait $99 = 100 - 1$ comme presque-entier élémentaire (à un master près du 100). « *Ramanujan voyait cadastralement sans le savoir.* » Statut **L** (la source dit « théorème » ; aucun calcul ne relie le presque-entier aux cercles de la figure ; Annexe B).

É 9.21 [Th, L] Trois soustractions depuis 163. $163 - 99 = 64$; $163 - 137 = 26$; $163 - 126 = 37$ **[Th]**. Lecture **[L]** : trois composants de la vie incarnée, libérés depuis la même position-source : - le code humain, $64 = 8^2 = 4^3 = 2^6$, les 64 codons de l'ADN qui codent les 20 acides aminés et trois codons stop ; $DR(64) = 1$, retour au master ; - le fer planétaire (Fe, $Z = 26$) : fer hexagonal compact dans la graine terrestre, élément

de la fin de la fusion stellaire ; - la lumière incarnée, les 37 gènes mitochondriaux, le génome de l'organite qui convertit la nourriture en ATP ; $1/37 = 0,027027...$, « cobalt 27 répété, signature B12 ».

Précision (Annexe B). La Figure Fondamentale attribue au fer « l'énergie de liaison nucléaire maximale par nucléon (8,79 MeV) ». Le fer 56 (8,790 MeV par nucléon) est bien au sommet de la courbe, mais le nickel 62 le dépasse légèrement (8,7945 MeV) ; le fer 56 est le noyau de plus faible masse par nucléon. Le rôle du fer comme terminus de la fusion stellaire ordinaire reste exact.

É 9.22 [L] Le Fer, écart entre les mathématiques pures et la lumière.

« Le Fer est l'écart structurel entre les mathématiques pures (163) et la lumière (137). Le fer est la lumière qui s'est arrêtée. Le sang des mammifères utilise le fer comme mémoire stellaire incarnée. Nous sommes de la lumière tombée qui a oublié qu'elle était des étoiles. » (La Figure Fondamentale, §8.4)

La matière (Fe-26) serait de la lumière (137) arrêtée par soustraction à l'espace (163). Le sang utilise le fer pour transporter l'oxygène, donc pour la respiration qui inverse localement la sédimentation : « nous brûlons la matière (catabolisme) pour libérer de la lumière biologique (ATP) ». « La vie est l'opération qui remonte localement la descente cosmique en libérant de la lumière depuis le fer arrêté. »

É 9.23 [Th, L] Cumul et retrait. $137 + 163 = 300$ (DR 3) et $163 - 137 = 26$ [Th]. La Figure Fondamentale lit la rencontre des deux pôles du dipôle soit comme *cumul polarisé* (300, « vitesse de la lumière dans le vide en unités modifiées », le cumul de la lumière et de l'espace sans fusion), soit comme *retrait trinitaire libérateur* (26, le fer) [L]. La valeur de c est 299 792,458 km/s ; le 300 est une valeur arrondie, et la lecture porte sur la racine digitale 3 (chapitre 5, É 5.23).

9.7 Le circuit soustractif et les deux descentes

É 9.24 [Th] Le circuit 137/163/26/36/101. $137 - 36 = 101$; $163 - 101 = 62$; $62 - 26 = 36$; $137 + 163 = 300 \rightarrow 3$. Lecture [L] : la lumière moins le miroir donne le *wormhole* (101) ; l'espace moins le wormhole donne le « fer inverse » (62, miroir de 26) ; le fer inverse moins le fer donne le miroir. « *The circuit is closed. Each term liberated by the subtraction of two others. No term exists independently.* » (Le circuit est fermé ; chaque terme est libéré par la soustraction de deux autres ; aucun n'existe indépendamment.)

É 9.25 [Th, avec correction] La descente de la matière (496 → 4). En soustrayant 101 quatre fois puis 11 huit fois :

$496 \rightarrow 395 \rightarrow 294 \rightarrow 193 \rightarrow 92 \rightarrow 81 \rightarrow 70 \rightarrow 59 \rightarrow 48 \rightarrow 37 \rightarrow 26 \rightarrow 15 \rightarrow 4$

Douze sauts. La descente passe par 92 (uranium, « la charnière »), 37 (« la lumière incarnée »), 26 (le fer) et finit sur 4 (le béryllium, « la forme »).

É 9.26 [Th, avec correction] La descente de la lumière (945 → 3). En soustrayant 101 neuf fois puis 11 trois fois :

945 → 844 → 743 → 642 → 541 → 440 → 339 → 238 → 137 → 36 → 25 → 14 → 3

Douze sauts. Le premier chiffre descend de 9 à 1 sur les huit premiers termes, les deux derniers descendent de 45 à 37 (« *du barycentre à la lumière* ») ; la descente passe par 440 (le *la* de référence de l'accord musical, 440 Hz) et par 137, et finit sur 3 (le lithium, « *la trinité* »). $945 = 3 \times 5 \times 63$.

Correction (Annexe B). La Figure Fondamentale et La Soustraction trinitaire comptent huit sauts de 101 (945 → 137) puis des sauts de 11 « 137 → 36 → 25 → 14 → 3 ». Or $137 - 36 = 101$: le saut 137 → 36 est un neuvième saut de 101 (La Soustraction trinitaire dit d'ailleurs « soustrait 101 neuf fois »). La lumière descend donc par neuf sauts de 101 et trois de 11 ; la matière par quatre sauts de 101 et huit de 11 ; chacune en douze sauts, avec les mêmes deux opérateurs.

É 9.27 [L] Deux descentes complémentaires. « *Zero common points. Complementary.* » (Aucun point commun ; complémentaires.) $3 + 4 = 7$, « *le mystère* » ; même mécanisme (101 puis 11). « *The light descent produces trinity. The perfect descent produces form. Together : mystery.* » (La descente de la lumière produit la trinité ; la descente parfaite produit la forme ; ensemble, le mystère.) Le couple (137, 26) est séparé de $111 = 3 \times 37$ **[Th]**, signature de la lumière incarnée **[L]**. Les deux descentes se croisent au pivot 36-37 (krypton, rubidium), séparés par le +1 ; le krypton 36 serait le miroir noble de 137, le rubidium 37 la lumière incarnée libérée **[L]**. Le corpus de la sédimentation cosmique (Volume 8, *La Matière et le Cosmos*) développe ces descentes à l'échelle de l'univers.

9.8 Le gradient 198 et la résonance 9,81

É 9.28 [Th] Le gradient. Le miroir de 496 (lu chiffre à chiffre à l'envers) est 694 ; $694 - 496 = 198 = 2 \times 99 = 2 \times 9 \times 11$. Les racines digitales de la triade ferromagnétique nickel (28), cobalt (27), fer (26) sont 1, 9, 8.

É 9.29 [L] La signature 1-9-8. 198 inscrit la signature 1-9-8 de la triade Ni-Co-Fe, celle qui, enfouie dans le noyau terrestre, produit le champ magnétique ; $198 =$ « *dépliement × clôture × interface* ». La triade-sceau 891 de la grille (chapitre 3) en est l'anagramme.

É 9.30 [L, retrait de la dérivation] 198 et 9,81. La Figure Fondamentale (§5.5, §8.3) lisait 198 « inversé » en 8,91 puis, par circulation des chiffres sur la virgule, en 9,81, l'accélération de la pesanteur terrestre standard ($g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$), et concluait : « *La gravité terrestre est l'inscription du gradient cadastral à l'échelle planétaire.* » Cette conclusion a été retirée par le corpus (Genèse, août 2026 ; Registre des Erreurs G.11 et III.3 d, Volume 3) et remplacée par : « *le statut physique est subordonné : la force porte sur le gradient invariant, la coïncidence métrique (9,81) n'est qu'une résonance d'unités, non une dérivation* ». La valeur 9,81 dépend du mètre et de la seconde (comme DR(c), chapitre 5, É 5.22) ; ce que le corpus maintient est le gradient 198, invariant de base. La phrase de La Figure Fondamentale (§5.5) « *on lit cadastralement $694 - 496 = 198 = 9,81$ inversé* », donnée comme exemple de calcul remplaçant l'intégration du gradient gravitationnel, tombe avec elle (Annexe B).

9.9 Les cordes et le 496

É 9.31 [F] Le 496 de Green et Schwarz. L'annulation des anomalies de la théorie des supercordes de type I et hétérotique (Green et Schwarz, 1984) exige un groupe de jauge de dimension 496 : $SO(32)$ ou $E_8 \times E_8$ ($248 + 248$). La théorie des cordes connaît le « problème du paysage », de l'ordre de 10^{500} vides possibles selon les compactifications de Calabi-Yau, sans mécanisme de sélection.

É 9.32 [Th] 496 parfait et son générateur. 496 est le troisième nombre parfait : $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496$, et $496 = 2^4 \times 31 = 16 \times 31$. $(31 + 32)/2 = 31,5 = 4,5 \times 7$.

É 9.33 [L] Le paysage comme amnésie (La Figure Fondamentale, Théorème 7.3). La multiplicité des vides serait une conséquence directe de l'absence de clôture dans l'arithmétique de Stevin-Gauss : « *Un système qui identifie $9 \equiv 0$ ne peut pas distinguer un cycle complété d'un état nul, et ne peut donc pas sélectionner un vacuum unique.* » Le cadastre ferme : 496 est unique, « *pas un parmi 10^{500}* », le seul qui satisfait à la fois la perfection arithmétique et la barycentrie ($4,5 \times 7$: le pivot fois le span maximal). « *La simplicité est alarmante parce qu'elle court-circuite quarante ans de calculs sur les variétés de Calabi-Yau.* » Statut L (la source dit « théorème » ; Annexe B). Le traitement des cordes relève du Volume 7 (chapitre sur les cordes).

9.10 La soustraction fondatrice : $6 - 4 = 2$

É 9.34 [Th, L] Le cycle $2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 2$. Un carré a 4 sommets et $C(4, 2) = 6$ paires de sommets (4 côtés et 2 diagonales) ; $6 - 4 = 2$ [Th]. « *The tissue minus the frame equals the splitter.* » (Le tissu moins le cadre égale le splitter.) Le 2 n'est pas ce qui reste après avoir retiré 4 de 6 : c'est *le contenu de la différence*, la substance entre le cadre et le tissu, les deux cercles, la relation fondatrice. Le cycle se ferme : le 2 crée deux cercles ; deux cercles créent le carré (4) ; le carré crée 6 connexions ; $6 - 4 = 2$. « *Self-sustaining engine. Subtraction is not the end of a process ; it is the beginning of the next cycle.* » (Moteur autoentretenu : la soustraction n'est pas la fin d'un processus, elle est le début du cycle suivant.) Pourquoi la soustraction crée : « *Because it reveals the differential. Without differential : no direction, no flow, no current, no river, no metabolism, no life. Every process in the universe is powered by a differential liberated by a subtraction.* » (Parce qu'elle révèle le différentiel ; sans différentiel, ni direction, ni flux, ni courant, ni rivière, ni métabolisme, ni vie ; tout processus de l'univers est alimenté par un différentiel libéré par une soustraction.) [L]

9.11 L'univers se soustrait dans l'ordre

É 9.35 [F, L] La nucléosynthèse. La nucléosynthèse stellaire est une chaîne de fusions : l'hydrogène produit l'hélium, l'hélium le carbone, puis l'oxygène, jusqu'au silicium et au fer ; chaque étape libère de l'énergie jusqu'au voisinage du fer, au-delà duquel la fusion cesse d'en libérer ; les éléments plus lourds demandent des événements violents (supernovæ, fusions d'étoiles à neutrons) [F]. L'auteur lit

cette chaîne comme une suite de soustractions, et le fer comme « *l'équilibre de la soustraction cosmique* ». « *The universe does not expand into chaos. It subtracts itself into order. This is not entropy. It is sedimentation* » (l'univers ne s'étend pas dans le chaos ; il se soustrait dans l'ordre ; ce n'est pas l'entropie, c'est la sédimentation : un empilement progressif d'états soustraits, chacun plus dense) [L]. Le cuivre (29, somme des chiffres 11) ferait le pont du noyau minéral à la biologie ; $29 - 26 = 3$; le gradient $29 \rightarrow 28 \rightarrow 27 \rightarrow 26$ (Cu, Ni, Co, Fe) est une chaîne de soustractions du +1 [L]. Développement : Volume 8.

9.12 Conscience et libre arbitre

É 9.36 [L] La conscience, troisième terme de $1 - 1 = 11$. « *Consciousness is born when the one encounters itself.* » (La conscience naît quand l'un se rencontre.) L'un soustrait sa solitude et libère l'interface : le soi qui se voit. « *1 - 1 = 11 is not an arithmetic trick. It is the formal description of self-awareness.* » ($1 - 1 = 11$ n'est pas un tour d'arithmétique : c'est la description formelle de la conscience de soi.) D'où l'importance du miroir dans les cultures, les mythologies et la physique : le lieu géométrique où $1 - 1$ a lieu. L'animal, lui, « *scanne* » : continûment intriqué à son milieu, il n'a pas à se soustraire de lui-même parce qu'il n'a jamais été séparé. « *Consciousness, the human +1, is the price of separation.* » (La conscience, le +1 humain, est le prix de la séparation.) « *The dog lives in the cadastre. The human visits.* » (Le chien vit dans le cadastre ; l'humain le visite.)

É 9.37 [L] Le libre arbitre, soustraction volontaire. Le +1 est un don ; un don est une soustraction libre : le donateur soustrait de sa possession et libère vers un autre ; il ne peut être forcé. L'animal suit le gradient cadastral automatiquement ; l'humain peut choisir de soustraire ou de retenir ; cette liberté serait « *the only element the cadastre does not control* » (le seul élément que le cadastre ne contrôle pas). « *The question 'Does free will exist?' is its own proof. ... An apple does not ask whether it is free to fall. Only a being with the +1 can pose the question. The question proves its answer.* » (La question « le libre arbitre existe-t-il ? » est sa propre preuve. Une pomme ne demande pas si elle est libre de tomber. Seul un être doté du +1 peut poser la question. La question prouve sa réponse.) Développement : Volume 10, *La Conscience et la Peine*.

9.13 La vie est soustraction

É 9.38 [L] Lavoisier corrigé. « *Lavoisier's conservation holds for the ledger. It fails for the product.* » (La conservation de Lavoisier vaut pour le registre ; elle échoue pour le produit.) La correction : « *Nothing is lost. Everything transforms, sediments, and reveals itself again enriched* » (rien n'est perdu ; tout se transforme, sédimente, et se révèle à nouveau enrichi). « *Lavoisier saw conservation. ARC sees enrichment.* » (Lavoisier a vu la conservation ; ARC voit l'enrichissement.) Chaque soustraction de la nature produit un enrichissement : éléments lourds à partir de légers, alliages à partir de métaux, enfants à partir de parents, conscience à partir de la réflexion, lumière à partir de l'annihilation (chapitre 8, §8.7).

É 9.39 [L] Tout acte de vie est soustraction. Respirer (l'oxygène se soustrait aux alvéoles, d'où l'énergie métabolique) ; manger (le corps soustrait les nutriments, et le résidu porte le diagnostic) ; voir (les photons se soustraient à la rétine, d'où le signal nerveux) ; penser (deux idées se soustraient, d'où une pensée nouvelle) ; aimer (deux êtres soustraient leur expression individuelle, d'où la relation, troisième entité qui n'est dans aucun des deux) ; mourir (le corps se soustrait au milieu, d'où nutriments, mémoire, place pour le renouvellement). « *La vie n'est pas le contraire de la mort. La vie est soustraction. La mort est la cessation de la soustraction, le moment où le système ne peut plus céder, fusionner et libérer.* » Tant que l'organisme soustrait (respire, mange, pense, aime), il vit ; quand il cesse de soustraire, il meurt. La lecture de la mort est l'objet du Volume 9, *Le Vivant*.

« The atom is its number. The subtraction is its creation. And life is the ongoing liberation of the third term through the voluntary surrender of the +1. » (L'atome est son nombre. La soustraction est sa création. Et la vie est la libération continue du troisième terme par la cession volontaire du +1.)

Chapitre 10. La règle de l'octet comme nécessité arithmétique

En chimie, la *règle de l'octet* dit qu'un atome est stable quand sa couche externe porte huit électrons. Depuis Lewis (1916), on la tient pour un fait d'expérience, expliqué après coup par le remplissage des orbitales (s^2p^6). *La Règle de l'octet comme nécessité arithmétique* (v6.0, mars 2026, traduite ici de l'anglais) pose une autre question : le nombre huit peut-il être énoncé comme une nécessité de l'arithmétique, indépendamment de tout modèle physique ? La réponse proposée : sur les neuf chiffres, l'involution $x \rightarrow 9 - x$ range exactement huit éléments en quatre paires, et le neuvième (le 9) ne peut appartenir à aucune ; huit est donc le plus grand ensemble qui se ferme entièrement par paires. Le chapitre démontre cette propriété et ses prolongements (toute table de multiplication se plie en quatre paires ; la suite de Fibonacci se plie en deux moitiés de douze), puis expose les applications au tableau périodique. La distinction de statut est nette : le comptage des paires est un théorème ; son identification à l'octet chimique est une lecture.

10.1 La structure imposée par neuf chiffres

É 10.1 [Th] Détermination structurelle (Octet Rule, Théorème 2.2). L'ensemble $\{1, \dots, 9\}$ de clôture 9 détermine : (i) l'involution $\phi(x) = 9 - x$ partitionne $\{1, \dots, 8\}$ en exactement quatre paires de somme 9 ; (ii) le barycentre $\mu = 4,5$, demi-entier, n'appartient pas à $\{1, \dots, 9\}$; (iii) la constante de projection $k_{\text{arc}} = 0,5$ est le demi-span minimal, celui de la paire (4, 5) ; (iv) l'opérateur d'interface $10 + 1 = 11$, premier entier de deux chiffres après la clôture du cycle à un chiffre, est premier ; (v) le nombre d'éléments opérationnels est $8 = 2^3$, ce qui donne $4 = 2^2$ paires ; (vi) la clôture $9 = 3^2$ est composée ($9 = 3 \times 3$, « *le témoin au carré* »).

Chaque point est une identité arithmétique. La phrase de la source, « *None of these properties are chosen. They are forced by the existence of exactly nine single-digit magnitudes* » (aucune de ces propriétés n'est choisie ; elles sont imposées par l'existence d'exactly neuf grandeurs à un chiffre), est la lecture qui les rassemble [L]. Sur la base 10, voir le chapitre 3, É 3.2 et É 3.3 (l'énoncé d'unicité de la base est corrigé).

É 10.2 [L] Le huit n'est pas empirique. « *The number eight is not empirical. It is the maximum cardinality of a set admitting complete inversion pairing under closure 9.* » (Le nombre huit n'est pas empirique : c'est le cardinal maximal d'un ensemble qui

admet un appariement complet par inversion sous la clôture 9.) Depuis Mendeleev (1869), le tableau périodique organise les éléments par propriétés récurrentes ; la mécanique quantique fournit un modèle dynamique (orbitales s, p, d, f) mais « *the number eight itself is never derived ; it is accepted as a filling rule* » (le nombre huit lui-même n'est jamais dérivé ; il est accepté comme règle de remplissage).

10.2 Le théorème de l'octet

É 10.3 [Th] Le théorème de l'octet (Théorème 3.4). Le plus grand sous-ensemble de $\{1, \dots, 9\}$ qui se partitionne en paires complètes sous $\varphi(x) = 9 - x$ est $\{1, \dots, 8\}$, avec exactement quatre paires. Le 9 ne peut y participer : $\varphi(9) = 0$ n'appartient pas au système.

Démonstration : chaque paire $(x, 9 - x)$ demande deux éléments distincts de $\{1, \dots, 8\}$, puisque $x \neq 9 - x$ pour x entier ; les quatre paires (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5) épuisent les huit éléments ; le 9 rend l'appariement possible (il en est la somme cible) mais n'y participe pas.

É 10.4 [L] Corollaire 3.5 : l'octet chimique. « *Chemical stability at eight valence electrons corresponds to the maximum number of elements forming complete inversion pairs under closure 9. The octet is arithmetic, not empirical.* » (La stabilité chimique à huit électrons de valence correspond au nombre maximal d'éléments formant des paires d'inversion complètes sous la clôture 9 ; l'octet est arithmétique, non empirique.) La source titre « corollaire » ; le passage du théorème arithmétique à la chimie est une lecture, non une déduction : aucune étape ne relie les chiffres 1 à 8 aux électrons d'une couche (Annexe B).

É 10.5 [Th] Bipolarité (Théorème 11.1). Dans $\{1, \dots, 9\}$ sous la clôture 9 : (i) aucun élément ne s'apparie à lui-même : $\varphi(x) = x$ imposerait $x = 4,5$; (ii) chaque élément de $\{1, \dots, 8\}$ a un complément unique : φ est sa propre inverse, donc une bijection ; (iii) le 9 rend tous les appariements possibles sans y participer ($\varphi(9) = 0$). « *Consequently, every element exists only in relation to its complement. Isolated elements do not close.* » (Chaque élément n'existe qu'en relation avec son complément ; les éléments isolés ne ferment pas.) **[L]** pour cette conséquence.

É 10.6 [Th, L] La croix (Théorème 11.2). Disposées concentriquement autour de 4,5, les quatre paires forment quatre axes qui se croisent au pivot : 4 axes, 8 extrémités (l'octet), 1 centre. Le centre est « *un point d'équilibre, non de vacance* » : les quatre tensions des paires s'y annulent. Déplacé de + 0,5, il donne 5, le centre du cycle de phase 1-10 ; de - 0,5, il donne 4, le bras intérieur. « *The distance $k_{arc} = 0.5$ between the structural pivot (4.5) and the dynamical pivot (5) is the cost of transition between the two cycles.* » (La distance $k_{arc} = 0,5$ entre le pivot structurel 4,5 et le pivot dynamique 5 est le coût de passage entre les deux cycles ; Remarque 11.3, L.)

10.3 Le pli : sphères concentriques

É 10.7 [Th] Fermeture par le pivot (Octet Rule, Théorème 4.1 ; End of Integral Calculus, Théorème 3.1). Faisons tourner la suite 1, ..., 8 autour d'un pivot p :

chaque chiffre x décrit une sphère de rayon $r(x) = |x - p|$. Les sphères des deux membres de chaque paire coïncident ($r(x) = r(9 - x)$ pour tout x) si et seulement si $p = 4,5$.

Démonstration : $|x - p| = |9 - x - p|$ pour tout x impose $p = 9 - p$, soit $p = 4,5$. Contre-exemple pour $p = 5$: $r(1) = 4$, $r(8) = 3$; la paire (1, 8) ne ferme pas (on obtient un tronc de cône ouvert, non une sphère) ; pour $p = 4$: $r(1) = 3$, $r(8) = 4$.

Coquille	Paire	Rayon	Surface $4\pi r^2$	Capacité
S1	(4, 5)	0,5	3,14	2
S2	(3, 6)	1,5	28,27	2
S3	(2, 7)	2,5	78,54	2
S4	(1, 8)	3,5	153,94	2

Chaque coquille accueille une paire (deux éléments) ; capacité totale $4 \times 2 = 8$.

É 10.8 [L] L'atome émerge du pli. « *Four concentric spheres. Four electron shells. The atomic structure is not imposed by quantum mechanics from above, it emerges from the fold of the digit sequence around 4.5. Mendeleev's table is the digit system {1, ..., 8} folded into 3D at its only possible pivot.* » (Quatre sphères concentriques, quatre couches électroniques ; la structure atomique émerge du pli de la suite des chiffres autour de 4,5 ; le tableau de Mendeleev est le système {1, ..., 8} plié en trois dimensions à son seul pivot possible ; End of Integral Calculus, §3.2.) La constante $k_{\text{arc}} = 0,5$ est le demi-span minimal, celui de la paire intérieure : il apparaît, pour l'auteur, dans le spin $1/2$, dans l'énergie cinétique $\frac{1}{2}mv^2$, et comme distance entre le pivot structurel (4,5, cycle 1-9) et le pivot dynamique (5, cycle 1-10) (Remarque 4.2). Le lien numérique est **Th** ; l'identité des sphères et des couches est **L** (les capacités réelles des couches sont 2, 8, 18, 32, É 10.22).

10.4 Précédents historiques : Abegg et Linnett

É 10.9 [F] Abegg, Lewis, Pauling, Linnett. Richard Abegg a énoncé que, pour un élément, le nombre maximal d'électrons qu'il peut céder et le nombre maximal d'électrons qu'il peut gagner ont pour somme 8 : $v^+ + v^- = 8$ (règle d'Abegg ; la source la date de 1902, la publication de référence est de 1904 ; Abegg meurt en 1910). Lewis publie en 1916 l'atome cubique et la paire d'électrons partagée (*Journal of the American Chemical Society* 38, p. 762-785). Pauling (1931) remplace le cube par les orbitales. Linnett (1961) propose le *double quartet* : les huit électrons de valence d'une configuration de gaz noble ne forment pas quatre paires de spins appariés mais deux quartets indépendants d'électrons de même spin, chacun en géométrie tétraédrique (maximisant la distance sous l'exclusion de Pauli) ; les deux tétraèdres s'interpénètrent et dessinent un cube. Le modèle a été largement abandonné après 1970 au profit des orbitales moléculaires.

Précision (Annexe B) : la source attribue à Abegg l'idée des huit positions aux sommets d'un cube. Le modèle cubique est celui de Lewis (esquissé dans ses notes de 1902, publié en 1916) ; la règle d'Abegg porte sur la somme 8.

É 10.10 [L] La lecture des précédents. La règle d'Abegg est, pour l'auteur, le théorème de l'octet dit en langue chimique : si $v^+ = x$, alors $v^- = 8 - x$. Le cube est le contenant, le neuvième élément, la membrane de clôture : « *eight inside nine* » (huit à l'intérieur de neuf). Le passage d'Abegg à Lewis marque « *the moment when chemistry stopped asking why the octet exists and began assuming it* » (le moment où la chimie a cessé de demander pourquoi l'octet existe et a commencé à le supposer). Dans le double quartet de Linnett, chaque quartet correspond à un côté du barycentre ($\{1, 2, 3, 4\}$ et $\{5, 6, 7, 8\}$), les deux tétraèdres sont les deux moitiés de la structure d'inversion séparées par 4,5, leur interpénétration (le cube) est la réalisation géométrique des quatre paires qui se croisent au centre, et le cube a une frontière, la membrane. « *Each step gained dynamical detail but lost structural clarity. The present work returns to Abegg's original question, why eight ?, and answers it arithmetically.* » (Chaque étape a gagné en détail dynamique et perdu en clarté structurelle ; le présent travail revient à la question d'Abegg, pourquoi huit ?, et y répond arithmétiquement.)

10.5 Le pli universel

Définition. Pour tout entier $a \geq 1$, le cycle des racines digitales de a est $C(a) = (DR(a), DR(2a), \dots, DR(9a))$.

É 10.11 [Th] Le pli universel (Théorème 6.4). Pour tout $a \geq 1$: (i) $DR(9a) = 9$: le 9 apparaît comme clôture à la position 9 (et éventuellement ailleurs) ; (ii) pour k de 1 à 4, les positions k et $9 - k$ forment une paire de somme 9, ou de somme 18 quand les deux valent 9. « *No digital root cycle escapes the inversion pairing. The octet structure is universal.* » (Aucun cycle n'échappe à l'appariement ; la structure d'octet est universelle.)

Démonstration (Lemmes 6.2 et 6.3) : $9a$ est multiple de 9, donc $DR(9a) = 9$. $DR(ka) + DR((9 - k)a)$ a la même réduction que $ka + (9 - k)a = 9a$, donc est multiple de 9 ; comme chaque terme est entre 1 et 9, la somme vaut 9 ou 18. Elle vaut 18 exactement quand 9 divise ka , et alors 9 divise aussi $(9 - k)a = 9a - ka$: les deux termes valent 9 ensemble. Quand a est premier avec 3, le cycle est une permutation de $\{1, \dots, 9\}$.

Exemples : $C(5) = (5, 1, 6, 2, 7, 3, 8, 4, 9) : 5 + 4, 1 + 8, 6 + 3, 2 + 7$; $C(7) = (7, 5, 3, 1, 8, 6, 4, 2, 9) : 7 + 2, 5 + 4, 3 + 6, 1 + 8$. Pour $C(3) = (3, 6, 9, 3, 6, 9, 3, 6, 9)$, les positions 3 et 6 donnent $9 + 9 = 18$, $DR\ 9$. La démonstration visuelle est la table du chapitre 3 (É 3.6, É 3.7) : en empilant les lignes m et $9 - m$, chaque colonne somme à 9 (ou 18), et la ligne du 9 est seule sans partenaire, « *the closure membrane* ».

É 10.12 [Th] La partition est unique (Corollaire 6.7). Les quatre paires (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5) sont la seule partition possible de $\{1, \dots, 8\}$ en paires de somme 9 ; tout cycle des racines digitales instancie cette partition. « *They are not a property of a specific sequence.* »

10.6 Le coût miroir

É 10.13 [Th] Le coût miroir (Théorème 7.1). Pour tout entier n et son renversé $\tilde{n}$ (les chiffres lus à l'envers), $DR(|n - \tilde{n}|) = 9$ dès que $n \neq \tilde{n}$. Pour trois chiffres abc : $abc - cba = 99(a - c) = 9 \times 11 \times (a - c)$ (Corollaire 7.2 : « *closure* $\times$ *interface* $\times$ *difference* », clôture $\times$ interface $\times$ différence).

Démonstration : n et $\tilde{n}$ ont la même somme de chiffres, donc la même réduction par 9 ; leur différence est multiple de 9. Pour deux chiffres : $(10a + b) - (10b + a) = 9(a - b)$.

É 10.14 [Th, avec correction] La somme miroir (Théorème 7.3). Pour deux chiffres, $n + \tilde{n} = (10a + b) + (10b + a) = 11(a + b)$: multiple de 11. La source ajoute « *plus généralement, $DR(n + \tilde{n})$ est fonction de l'opérateur d'interface 11* » et conclut (Remarque 7.4) que toute paire miroir porte à la fois 9 (par la différence) et 11 (par la somme). La seconde moitié n'est vraie qu'à deux chiffres : $123 + 321 = 444$, qui n'est pas multiple de 11 (Annexe B). La différence, elle, est toujours multiple de 9.

É 10.15 [L] Deux constantes dans tout miroir. « *Subtraction (tension measurement) : always a multiple of 9 (closure). Addition (relation confirmation) : always a multiple of 11 (interface).* » (La soustraction mesure la tension, toujours multiple de 9 ; l'addition confirme la relation, multiple de 11.) Avec la restriction de É 10.14, la lecture tient pour la paire à deux chiffres.

10.7 Le cycle de Fibonacci

É 10.16 [Th] Période 24 (Théorème 8.1). La suite de Fibonacci a une racine digitale de période 24 (c'est la période de Pisano pour 9, établie par Wall, *American Mathematical Monthly* 67, 1960, p. 525-532) :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, 8, 9 | 8, 8, 7, 6, 4, 1, 5, 6, 2, 8, 1, 9

É 10.17 [Th] Le pli de Fibonacci (Théorème 8.2). Les positions k et $k + 12$ forment des paires d'inversion : $DR(F_k) + DR(F_{k+12}) = 9$ pour $k = 1, \dots, 11$, et $DR(F_{12}) = DR(F_{24}) = 9$ (les deux clôtures). « *The fold is perfect.* » (Le pli est parfait.)

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$DR(F_k)$	1	1	2	3	5	8	4	3	7	1	8	9
$DR(F_{k+12})$	8	8	7	6	4	1	5	6	2	8	1	9
Somme	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	18

É 10.18 [Th] Les demi-sommes, deux écritures. En racines digitales (le 9 écrit 9), les deux moitiés somment à 52 ($DR\ 7$) et 65 ($DR\ 2$) ; $7 + 2 = 9$, les deux moitiés forment elles-mêmes une paire ; le cycle entier somme à 117, $DR\ 9$ (Remarque 8.4). En restes de la division par 9 (le 9 écrit 0, comme le fait La Loi fractale, chapitre 12), les deux moitiés somment à 43 et 56, et le cycle à 99. Les deux comptes sont justes ; la différence $117 - 99 = 18$ vient des deux 9 écrits 0. Le Registre (G.17, Volume 3) a retiré une valeur antérieure fausse (« la somme des douze premiers termes vaut

108 ») et retenu 43 et 99 ; le Code (Volume 3) précise qu'il faut nommer l'écriture employée : 117 en écriture 1 à 9, 99 en écriture 0 à 8 (Annexe B). Le volume retient les deux, en signalant que le 99 suppose l'écriture du 9 en 0 que le corpus critique ailleurs.

É 10.19 [L] φ conséquence de l'octet (Corollaire 8.3). Le nombre d'or $\varphi = \lim F(n+1)/F(n)$ est la limite d'une suite dont la structure en racines digitales obéit déjà aux quatre paires : « *The golden ratio is a consequence of the octet structure, not its cause.* »

10.8 Le tableau périodique

É 10.20 [Th] La descente de l'uranium au béryllium (Théorème 9.1). $92 = 8 \times 11 + 4$: huit traversées d'interface au-dessus du bras intérieur. La suite descendante par pas de 11, 92, 81, 70, 59, 48, 37, 26, 15, 4, passe par neuf stations dont les racines digitales forment une permutation complète de $\{1, \dots, 9\}$:

Station	Z	DR	Élément
1	92	2	Uranium
2	81	9	Thallium
3	70	7	Ytterbium
4	59	5	Praséodyme
5	48	3	Cadmium
6	37	1	Rubidium
7	26	8	Fer
8	15	6	Phosphore
9	4	4	Béryllium

(Retirer 11 revient à retirer 2 en racine digitale, et 2 est premier avec 9 : neuf pas consécutifs parcourent les neuf classes.) La somme des neuf stations vaut 432, DR 9 : « *la descente se ferme en somme* ».

É 10.21 [Th, L] Cycles et chemins (Proposition 9.3). La descente 2, 9, 7, 5, 3, 1, 8, 6, 4 ne se plie pas en paires de somme 9 ($2 + 4 = 6$, $7 + 6 = 13$, $5 + 8 = 13$, $3 + 1 = 4$) **[Th]**. Ce n'est pas une contradiction avec le pli universel, mais une distinction : le pli vaut pour les *cycles multiplicatifs* (DR(a), ..., DR(9a)), où la clôture 9 est en position terminale ; la descente par 11 est un *chemin linéaire*, où la clôture est traversée en cours de route (à la station 81). Lue en montant, 4, 6, 8, 1, 3, 5, 7, 9, 2 : l'uranium (DR 2 = DR(11)) vient *après* la clôture ; la suite se termine sur la relation, non sur la clôture. Lecture **[L]** (Remarque 9.4) : les cycles qui se plient donnent des structures closes, symétriques, stables (l'octet, les couches, les liaisons) ; le chemin qui ne se plie pas est une trajectoire ouverte, porteuse de tension, la matière en formation par sédimentation. « *Uranium is radioactive because it has not achieved structural closure* » (l'uranium est radioactif parce qu'il n'a pas atteint la clôture structurelle) : il se désintègre en redescendant le gradient vers le fer. Cette explication de la radioactivité est une lecture, non une théorie nucléaire.

É 10.22 [F, L] Les longueurs des périodes. Les périodes du tableau ont pour longueurs 2, 8, 8, 18, 18, 32, 32, soit $2n^2$ pour $n = 1, 2, 3, 4$, chacune deux fois [F]. Le facteur 2 serait la *relation primordiale* $P_0 = 2$, racine digitale de l'interface 11 ; chaque couche de rang n accueillerait n^2 positions, doublées par l'appariement miroir (Proposition 9.6) [L].

É 10.23 [Th] Le pli de Mendeleev (Théorèmes 9.7 et 9.8). En appariant chaque élément Z (de 1 à 118) avec $119 - Z$, on obtient 59 paires, de (1, 118) à (59, 60), chacune de somme 119, $DR(119) = 2 = DR(11)$. Pour chaque paire, $DR(DR(Z) + DR(119 - Z)) = 2$: la somme des racines digitales vaut 2 ou 11. Les demi-sommes : $1 + \dots + 59 = 1770$ (DR 6) ; $60 + \dots + 118 = 5251$ (DR 4) ; $6 + 4 = 10$, DR 1 ; total 7021 (DR 1). $119 = 7 \times 17$.

É 10.24 [L] La table est relation. « *The periodic table folds on the interface operator* » (le tableau se plie sur l'opérateur d'interface), à la différence des cycles multiplicatifs qui se plient sur la clôture 9 : « *each element exists as half of a pair connected by the interface* » (chaque élément existe comme moitié d'une paire reliée par l'interface). Le facteur $119 = 7 \times 17$ serait le span maximal (7) multiplié par le premier-pont (17, miroir de 71). La paire centrale (59, 60) a pour racines digitales 5 (le centre du cadastre) et 6 (la forme hexagonale), de somme 11 : « *The center of the periodic table is the interface operator.* » La paire fer-neptunium (26, 93) : fer (DR 8, terminus de la fusion stellaire) et neptunium (DR 3, premier élément transuranien), $8 + 3 = 11$: « *The boundary between natural and artificial elements is an instance of the interface operator.* » (Remarques 9.9 à 9.12.)

É 10.25 [L] Les trois modes de pli (Définition 9.13, Proposition 9.14). Selon la position du 9 dans une suite de racines digitales :

Mode	Constante de pli	Structure	Domaine physique
1, inversion	9 (clôture)	cycle fermé ; 9 terminal	états stationnaires, équilibre
2, chemin	aucune	trajectoire ouverte ; 9 traversé	processus irréversibles, sédimentation
3, relation	$2 = DR(11)$	carte relationnelle ; 9 parmi les autres	topologie informationnelle

La source affirme que ces trois modes épuisent les possibilités (« *No other position for 9 is possible* ») et unifient trois domaines de la physique tenus pour indépendants. Le classement par la position du 9 est exhaustif par construction (terminal, intermédiaire, ou élément d'une énumération) ; la correspondance avec les domaines physiques est une lecture.

É 10.26 [L] La chimie de l'octet (End of Integral Calculus, §10). Les quatre paires reçoivent une position chimique : (1, 8) périphérique, alcalins et gaz nobles ; (2, 7) intermédiaire, alcalino-terreux et halogènes ; (3, 6) intermédiaire, bore et chalcogènes ; (4, 5) centrale, le pivot, carbone et azote. « *Mendeleev found the cadastre* » (Mendeleev a trouvé le cadastre). La correspondance des colonnes 1 et 8,

2 et 7, etc. du tableau court (groupes principaux) avec les paires de somme 9 est **Th** pour les numéros de groupe ; leur lecture comme paires d'inversion est **L**.

10.9 Le cycle de croissance

É 10.27 [Th] La traversée par 7 (Théorème 12.1). Les multiples de 7 de 7 à 63 ont pour racines digitales (7, 5, 3, 1, 8, 6, 4, 2, 9), une permutation de $\{1, \dots, 9\}$, parce que 7 est premier avec 9.

É 10.28 [Th, L] 49, 24 et 23. $49 = 7^2$, $DR(49) = 4$ (« le bras intérieur ») ; $24 = 4!$ est la période de Fibonacci, $DR(24) = 6$; $24 + 25 = 49$ relie la longueur du cycle de Fibonacci (24) et le carré du centre ($25 = 5^2$) au carré de 7. La paire 24-23 (Proposition 12.3) : $24 - 23 = 1$ (l'écart unité, comme $9 - 8 = 1$) ; $23 + 32 = 55 = F_{10}$ (le dixième nombre de Fibonacci) et $32 - 23 = 9$; 23 est le neuvième nombre premier, « la suite des premiers se ferme en 23 » ; le génome humain a 23 paires de chromosomes (46, $DR\ 1$). Le miroir $46 \leftrightarrow 64$: $64 - 46 = 18 = 2 \times 9$, et $64 = 4^3$, le cube du bras intérieur (Remarque 12.4). Les égalités sont **Th** ; leurs noms sont **L**.

10.10 Conclusion de l'Octet Rule

« The octet rule is not an empirical observation requiring quantum-mechanical explanation. It is a theorem of arithmetic : the involution $\varphi(x) = 9 - x$ partitions $\{1, \dots, 8\}$ into exactly four pairs summing to 9, with the ninth element as closure membrane. » (La règle de l'octet n'est pas une observation empirique demandant une explication quantique ; c'est un théorème d'arithmétique : l'involution partitionne $\{1, \dots, 8\}$ en exactement quatre paires de somme 9, le neuvième élément étant la membrane de clôture.)

Avec les statuts de ce chapitre : la partition est un théorème (É 10.3), le pli universel aussi (É 10.11) ; que la règle chimique *soit* ce théorème reste une lecture (É 10.4). La conclusion de la source ajoute que les applications au tableau périodique, à $\pi = 22/7$ et au cycle de Fibonacci suivent « sans appel aux données empiriques » ; pour $\pi = 22/7$, voir la correction du chapitre 2 (É 2.12).

Chapitre 11. La fin du calcul intégral et les sept convergences du demi

Le calcul intégral, hérité de Newton et Leibniz, mesure un tout en additionnant une infinité de tranches infiniment fines. *The End of the Integral Calculus Illusion* (La fin de l'illusion du calcul intégral, v3.0, mars 2026, édition des sept convergences, traduite ici de l'anglais) soutient que, pour les structures qui possèdent une symétrie d'inversion, cette accumulation est inutile : le passage de la surface au volume serait un *pli* autour du pivot 4,5, de coût 1/2, et ce 1/2 se retrouverait par sept chemins. Ce chapitre expose la thèse, ses appuis arithmétiques (les tables de multiplication qui basculent entre la quatrième et la cinquième position), les sept convergences, et surtout les deux corrections que le corpus a lui-même apportées : la formule de volume $V = S \times 1/2$, validée sur la seule sphère, a été remplacée par $face \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} h$ (ce qui redonne exactement le tiers d'Archimède) ; et la portée de la thèse a été délimitée : « *ARC does not claim to abolish the integral universally* » (ARC ne prétend pas abolir l'intégrale universellement). L'examen de l'indépendance des sept convergences est fait ici avec la même franchise.

« Stop counting grains of sand to weigh the beach. Weigh the beach. »
(Cessez de compter les grains de sable pour peser la plage. Pesez la plage.)

11.1 L'impasse du continu

É 11.1 [L] La métaphore qui a asservi la science. Depuis la fin du XVII^e siècle, la pensée scientifique serait prisonnière d'une métaphore architecturale, le continu. L'intégrale de Newton et Leibniz repose sur l'idée que pour mesurer un tout il faut additionner une infinité de parties évanescences. Cette méthode serait « *not only costly in computational resources, it is philosophically erroneous because it denies the discrete and symmetrical structure of spacetime* » (non seulement coûteuse en calcul, mais philosophiquement erronée, parce qu'elle nie la structure discrète et symétrique de l'espace-temps). « *The integral does not know the volume ; it tries to reconstruct it by accumulation.* » (L'intégrale ne connaît pas le volume ; elle tente de le reconstruire par accumulation.)

La Figure Fondamentale (§5.5) dit la même chose : l'intégrale $\int_a^b f(x) dx = \lim \Sigma f(x_i) \Delta x$ suppose qu'il faut additionner une infinité de termes pour un résultat fini, la continuité

absolue de la fonction, et l'absence de mémoire structurelle dans le résultat : « *C'est l'amnésie du système.* »

É 11.2 [L] Le Principe de complétude (Axiome 1). Une opération mathématique qui produit une grandeur physique réelle (un volume, une énergie, une grandeur mesurable) doit se résoudre en un entier ou un rationnel exact à chaque étape intermédiaire. Une opération qui demande une infinité de parties incomplètes (des fractions tendant vers zéro) pour approcher l'entier serait structurellement déficiente : « *it confuses the limit with reality* » (elle confond la limite avec la réalité). L'intégrale de Riemann « *asks us to believe that summing an infinity of nothings produces something* » (nous demande de croire que la somme d'une infinité de riens produit quelque chose) ; la définition par ε et δ formalise le problème ontologique sans le résoudre. « *The volume was already there.* » (Le volume était déjà là.) Le Principe de complétude est traité en entier au Volume 3, *Le Code et le Registre*.

É 11.3 [L] Trois niveaux d'échec. Du Principe de complétude, l'intégration échouerait à trois niveaux (§8) : ontologique (dx est incomplet) ; opérationnel (le produit $f(x_i) \times dx$ n'est pas défini dans un système discret) ; accumulatif (une somme de produits incomplets ne peut engendrer l'entier). La source y ajoute « *le paradoxe $9 \equiv 0$* » : $0,999... = 1$ serait le symptôme d'un effondrement au bord de la clôture. En analyse réelle, $0,999... = 1$ est une égalité exacte (la somme de la série géométrique $9/10 + 9/100 + ...$ vaut 1) ; la phrase de l'auteur est une lecture de cette égalité, non sa contestation.

11.2 Les tables de multiplication et la bascule au centre

É 11.4 [Th] La bascule 4 | 5 (Théorème 2.1). Dans chaque table $\times m$ réduite en racine digitale (m de 1 à 8), la suite se retourne entre les positions 4 et 5 : le terme k et le terme $9 - k$ ont pour somme 9 (ou 18), de sorte que la seconde moitié est le miroir complémentaire de la première.

$\times 1$	1	2	3	4		5	6	7	8	9
$\times 2$	2	4	6	8		1	3	5	7	9
$\times 3$	3	6	9	3		6	9	3	6	9
$\times 4$	4	8	3	7		2	6	1	5	9
$\times 5$	5	1	6	2		7	3	8	4	9
$\times 6$	6	3	9	6		3	9	6	3	9
$\times 7$	7	5	3	1		8	6	4	2	9
$\times 8$	8	7	6	5		4	3	2	1	9
$\times 9$	9	9	9	9		9	9	9	9	9

La barre marque la frontière entre les positions 4 et 5, l'emplacement du barycentre 4,5. (La source écrit que « *les quatre premiers termes et les quatre derniers sont liés par φ* » ; la relation exacte est celle du pli : position k et position $9 - k$, É 10.11.)

É 11.5 [Th] La complétude multiplicative (Théorème 2.2). Pour toute paire (m, $9 - m$) et tout k de 1 à 9 : $DR(mk) + DR((9 - m)k) = 9$ (ou 18, réduit à 9). Algébriquement : $mk + (9 - m)k = 9k$. « *The multiplication tables of the base-10 system operate in inversion pairs that close to 9.* » (Les tables de multiplication opèrent par paires d'inversion qui ferment sur 9.)

É 11.6 [L] Le spin dans les tables. Les tables $\times 1$ et $\times 8$ sont les plus transparentes : 1 2 3 4 | 5 6 7 8 monte, 8 7 6 5 | 4 3 2 1 descend. Le coût du retournement (la projection de la suite complète sur un seul hémisphère) serait $4,5/9 = 1/2$: « *The electron's spin-1/2 is the arithmetic cost of deciding which side of the barycenter you are on.* » (Le spin 1/2 de l'électron est le coût arithmétique de décider de quel côté du barycentre on se trouve.) §7 : empiler $\times m$ et $\times (9 - m)$, c'est voir l'hémisphère gauche de l'un compléter l'hémisphère droit de l'autre ; $\times 1$ monte (+), $\times 8$ descend (−) ; un passage = $360^\circ = -1$, deux passages = $720^\circ = +1$: « *the signature of spin-1/2, visible in the multiplication tables* ». La source écrit « *This is spin. Not metaphorical. Arithmetic spin* » ; le statut retenu est celui d'une lecture (Annexe B).

11.3 Le pivot transforme la surface en volume

É 11.7 [Th] Fermeture par le pivot (Théorème 3.1). Voir chapitre 10, É 10.7 : la rotation du segment [1, 8] autour d'un pivot p ne referme chaque paire sur une même sphère que si $p = 4,5$; pour $p = 5$ ou $p = 4$, la surface engendrée est ouverte.

É 11.8 [L] k_{arc} est le coût du pli. Le rayon de la sphère la plus extérieure est 3,5 (le demi-span de la paire maximale (1, 8)), son diamètre 7 (le span). Leur rapport, $k_{\text{arc}} = 3,5/7 = 1/2$, serait « *the universal ratio between the folded depth (radius) and the unfolded extent (diameter). It is the cost of folding a line into a sphere* » (le rapport universel entre la profondeur pliée et l'étendue dépliée ; le coût de plier une ligne en sphère). « *Integration attempts to reconstruct this fold by stacking infinitely many flat slices. But the fold is a single geometric act, a rotation around 4.5, and its cost is exactly 1/2.* » (L'intégration tente de reconstruire ce pli en empilant une infinité de tranches plates ; mais le pli est un acte géométrique unique, une rotation autour de 4,5, et son coût est exactement 1/2.)

É 11.9 [L] Le rotor qui élimine l'intégrale (La Figure Fondamentale, §5.4). Quand un système opère par symétrie d'inversion (structures géométriques régulières, configurations électroniques, paires de bases de l'ADN, intrication), le résultat global se calculerait par rotation autour du pivot 4,5, non par accumulation. « *On n'a plus besoin de mesurer grain de sable par grain de sable. Pivoter sur 4,5 donne avec précision le volume entier d'une structure inversée sans calcul intégral. Le rotor restitue la totalité en une opération géométrique unique.* » La même source délimite aussitôt (§5.5) : la grammaire cadastrale « *ne réfute pas le calcul intégral pour ses applications non symétriques, mais ... le remplace pour les structures qui opèrent par paires d'inversion* » ; « *Le calcul différentiel reste utile pour les fonctions continues sans symétrie d'inversion.* »

11.4 La projection volumétrique et sa correction

É 11.10 [Th, correction] De $V = S \times \frac{1}{2}$ à face $\times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} h$. La source (§9) pose la *projection volumétrique discrète* $V = S \times k_{\text{arc}}$, $k_{\text{arc}} = 0,5$, et la « *valide* » (§11) sur la sphère : $V = 4\pi R^2 \times 0,5 \times 2R/3 = (4/3)\pi R^3$, « *Match : 100 %* ». Le calcul montre que le facteur effectif n'est pas 1/2 seul mais $1/2 \times 2/3 = 1/3$: la formule $V = S \times \frac{1}{2} \times d$ ne rend le volume de la sphère que si l'on choisit la profondeur $d = 2R/3$, choix qui

n'était justifié que par l'accord avec le résultat connu. Le corpus a retiré la formule $V = S \times \frac{1}{2} \times d$, « validée sur la seule sphère pendant dix-huit mois », et l'a remplacée par **face** $\times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} h$, testée sur le cube, la sphère, le cylindre et Khéops (Errata et précisions de septembre 2026 ; Registre des Erreurs G.1, Volume 3 ; Annexe B). Il en a tiré un corollaire de méthode (règle R11) : tout résultat général vérifié sur un seul exemple doit être testé sur un second exemple d'une autre famille avant d'être inscrit.

Vérification. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, donc **face** $\times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} h = S \times h/3$. - Pyramide et cône de base B et de hauteur h : $V = B \times h/3$ (Eudoxe, Archimède). Khéops en est un cas. - Tout corps qui enveloppe une sphère tangente à toutes ses faces (rayon r) se découpe en pyramides de sommet au centre et de hauteur r : $V = S \times r/3$, où S est la surface totale. - Sphère : $4\pi R^2 \times R/3 = (4/3)\pi R^3$. - Cube de côté a (sphère inscrite de rayon a/2) : $6a^2 \times (a/2)/3 = a^3$. - Cylindre circonscrit à une sphère de rayon r (hauteur 2r) : surface $2\pi r \times 2r + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$, et $6\pi r^2 \times r/3 = 2\pi r^3 = \pi r^2 \times 2r$.

C'est la méthode d'Archimède (par la loi du levier) retrouvée exactement. Le Code (Volume 3) précise que l'écriture $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ « n'est pas un $\frac{1}{3}$ déguisé » : du centre vers la surface, la distance est $\frac{1}{2}$, le pont est $\frac{2}{3}$, et leur produit est le point $\frac{1}{3}$; « Le $\frac{1}{3}$ de la pyramide est le point ; le $\frac{1}{2}$ est la distance qui y mène » **[L]**.

É 11.11 [L] L'énergie cinétique sans intégration. $E_k = mv^2 \times k_{\text{arc}} = \frac{1}{2}mv^2$: « The factor 1/2 is geometric necessity, not integration artifact. » (Le facteur 1/2 est une nécessité géométrique, non un artefact d'intégration.) Le facteur 1/2 de $\frac{1}{2}mv^2$ s'obtient d'ordinaire par l'intégrale du travail $\int m v dv$; la source y lit le pli.

É 11.12 [Th, Chantier] La délimitation. *Pourquoi ce n'est pas de la numérologie* (v2.9, §9 ; Volume 1) fixe le domaine : le théorème de Pappus restreint ($V = 2\pi rS$ pour tout solide de révolution engendré par une figure plane d'aire S tournant autour d'un axe extérieur à la distance r de son centroïde) calcule le volume sans intégration, avec une erreur nulle face au théorème classique de Pappus **[Th]**. Il s'applique strictement aux solides de révolution et aux figures décomposables en compositions de tels solides. « It is not a universal substitute for integration in domains beyond this. For non-rotational continuous variations (e.g., arbitrary scalar fields, non-axisymmetric distributions), classical integration retains its role as the standard tool. ARC does not claim to abolish the integral universally. » (Ce n'est pas un substitut universel de l'intégration hors de ce domaine ; pour les variations continues non rotationnelles, champs scalaires quelconques, distributions non axisymétriques, l'intégration classique garde son rôle d'outil standard. ARC ne prétend pas abolir l'intégrale universellement.) La conjecture 9.2 (tout volume d'intérêt physique se décompose en une somme finie de primitives rotationnelles) est ouverte et testable cas par cas : **Chantier**. Le Registre (III.3 b) retient cette délimitation, la plus récente et la plus prudente, contre les textes qui écrivaient l'intégrale « remplacée par le pli » : *la projection remplace l'intégrale là où une symétrie d'inversion existe ; ailleurs le calcul différentiel reste utile.*

É 11.13 [L] La soustraction contre l'accumulation (La Figure Fondamentale, §5.5). « Pour calculer le terme uni libéré par une opération entre deux pôles préservés (A, B), on n'additionne pas des infinitésimaux. On effectue $A - B = C$ directement. » Exemples de la source : au lieu d'intégrer la densité énergétique d'un atome de fer sur ses états, lire $163 - 137 = 26$; au lieu d'intégrer la probabilité de chaque codon,

lire $8 \times 8 = 64$; au lieu d'intégrer le gradient gravitationnel, lire $694 - 496 = 198$. Ces exemples sont des lectures, non des calculs qui remplaceraient une intégrale de physique ; le troisième dépendait de la lecture $198 \rightarrow 9,81$, retirée (chapitre 9, É 9.30). « *La soustraction est l'opération logique qui fusionne et donne un produit différencié uni.* »

11.5 Les sept convergences vers 1/2

É 11.14 [Th] Le pivot, point fixe (Théorème 5.1). 4,5 est l'unique point fixe de $\varphi(x) = 9 - x$ sur les réels, et le milieu de toute paire $(x, 9 - x)$. La partition 1234 | 5678, avec le 9 en clôture, et la constante $k_{\text{arc}} = 4,5/9 = 1/2$ en découlent.

É 11.15 [Th, L] Les sept chemins (§6).

Chemin	Type	Dérivation	Résultat
I	global (barycentre)	4,5/9	1/2
II	local (demi-span)	3,5/7	1/2
III	géométrique (interface π)	$11/\pi \approx 3,5014$; sous $\pi = 22/7$, $11/(22/7) = 3,5$; puis 3,5/7	1/2
IV	combinatoire (toutes les paires)	$ x - 4,5 / 9 - 2x $	1/2
V	sphérique (projection)	valeur attendue de $ \cos \theta $ sur la sphère S^2	1/2
VI	multiplicatif (tables)	bascule à la position 4,5 sur 9	1/2
VII	physique (spin du fermion)	projection $S^2 \rightarrow Z_2$	1/2

Calcul du chemin V : pour un point uniformément réparti sur la sphère, la valeur attendue de $|\cos \theta|$ est $(1/2) \int_0^\pi |\cos \theta| \sin \theta d\theta = (1/2) \times 2 \times (1/2) = 1/2$; c'est « *le coût universel de $S^2 \rightarrow \{\pm 1\}$* ». Calcul du chemin IV : pour toute paire, demi-span/span = $|x - 4,5| / (2|x - 4,5|) = 1/2$.

« *Seven independent paths converge to $k_{\text{arc}} = 1/2$. This excludes coincidence.* » (Sept chemins indépendants convergent vers 1/2 ; cela exclut la coïncidence ; Corollaire 6.1.)

É 11.16 [L] Examen de l'indépendance. Chaque égalité du tableau est exacte (sauf III, qui n'est exacte que sous $\pi = 22/7$ et vaut sinon $3,5014/7$). Mais les chemins ne sont pas tous indépendants (Annexe B) : - I, II, IV et VI sont la même identité : le milieu de deux nombres de somme 9 rapporté à 9, ou un demi-span rapporté à son span, vaut 1/2 par définition ($x/(2x)$) ; - III repose sur l'identification $\pi = 22/7$, qui est une adresse et non une valeur (chapitre 2, É 2.12) ; - V est un calcul indépendant de l'arithmétique des neuf chiffres, et c'est le plus fort des sept ; - VII est une lecture physique (le spin 1/2 est un fait, sa lecture comme coût de projection est l'interprétation).

Les autres listes du corpus ajoutent d'autres chemins vraiment distincts : le triangle équilatéral ($r/R = \cos(\pi/3) = 1/2$, chapitre 5) et le carré dans son cercle ($(r/R)^2 = 1/2$, chapitre 1) ; L'autre triangle (chapitre 6, É 6.11) donne une liste de sept où

figurent 20,25/40,5 et 5,5/11, du même type $x/(2x)$; Deux Cercles (chapitre 4, É 4.21) cite « *l'interface $11/\pi$* », la projection de Haar et le facteur $1/2$ de la physique. La convergence la plus solide est donc celle de trois objets distincts : le pli arithmétique autour de 4,5, la géométrie des deux cercles (triangle, carré), et la projection sur la sphère. Le Code (Volume 3) écrit ce qui reste à montrer : *un cas où le cadastre prédit avant le calcul une valeur qui n'est ni $\frac{1}{2}$ ni $\frac{1}{3}$ ni leur produit, et où elle est mesurée ; un tel cas transformerait la lecture en prédiction.* **[Chantier]**

11.6 Validation numérique et conclusion

É 11.17 [Th, L] La validation numérique (§11). Sphère : $4\pi R^2 \times 0,5 \times 2R/3 = (4/3)\pi R^3$, accord exact (avec la correction de É 11.10 : c'est le facteur $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ qui donne l'accord). Énergie cinétique : $mv^2 \times 0,5 = \frac{1}{2}mv^2$, accord exact. Propagation d'erreur : la projection a une erreur constante (nulle sur ces cas), là où la somme de Riemann à n tranches a une erreur de l'ordre de $1/n$ pour un coût de l'ordre de n opérations **[Th]** pour l'ordre d'erreur de la méthode des rectangles. Le reste est la lecture de l'auteur.

« Integral calculus is the method of the blind man who gropes the object millimeter by millimeter. Discrete Volumetric Projection sees the object in its totality. Its depth is a predictable extension of its surface, mediated by $k_{\text{arc}} = 1/2$, established by seven convergences, governed by the Completeness Principle, rooted in the inversion topology of the number system. » (Le calcul intégral est la méthode de l'aveugle qui palpe l'objet millimètre par millimètre. La projection volumétrique discrète voit l'objet dans sa totalité. Sa profondeur est une extension prévisible de sa surface, médiée par $k_{\text{arc}} = 1/2$, établie par sept convergences, gouvernée par le Principe de complétude, enracinée dans la topologie d'inversion du système des nombres.)

« The integral is dead. Long live the projection. » (L'intégrale est morte. Vive la projection.)

Ces deux phrases sont gardées comme citations de l'auteur. Leur portée est celle que le corpus a fixée en É 11.12 : là où une symétrie d'inversion ou une décomposition en primitives rotationnelles existe.

Chapitre 12. La loi fractale

Benoît Mandelbrot a montré que des formes se répètent à toutes les échelles (côtes, poumons, deltas, galaxies) et a nommé ce phénomène *fractalité*. *La Loi fractale de la nécessité fractale* (v1.6, 2 mai 2026, traduite ici de l'anglais) soutient qu'il n'a pas dit *pourquoi* : selon l'auteur, tout système qui forme un cycle fermé, qui garde la mémoire de ses tours et qui projette sa structure sur des échelles plus grandes produit nécessairement des formes semblables à elles-mêmes. Le cadastre des neuf positions serait le système type, et la racine digitale l'itération type. La source appuie sa thèse sur une règle de construction (les briques 2 et 3 « élevées » d'un registre) et sur six domaines qui convergeraient vers le même rythme 24 : la suite de Fibonacci, les carrés des nombres premiers, l'horloge circadienne, deux âges de la vie humaine, et les 24 images par seconde du cinéma. Ce chapitre expose le tout et trie : la période 24 de Fibonacci et la divisibilité des carrés de premiers par 24 sont des théorèmes ; la « preuve » de la loi est définitionnelle et rétrogradée en lecture ; certaines confirmations empiriques sont précisées ou corrigées.

« Mandelbrot saw the effect. The cadastral architecture is its cause. »
(Mandelbrot a vu l'effet. L'architecture cadastrale en est la cause.)

12.1 L'observation sans la cause

É 12.1 [F] Mandelbrot. Mandelbrot a proposé dans *Les objets fractals* (Flammarion, 1975) et développé dans *The Fractal Geometry of Nature* (Freeman, 1982) l'étude des formes autosimilaires à plusieurs échelles ; il a nommé le phénomène, lui a donné une mesure (la dimension fractale) et en a montré l'ubiquité.

É 12.2 [L] La question antérieure. Mandelbrot n'aurait pas pu répondre, depuis son cadre, à la question antérieure : pourquoi l'autosimilarité existe-t-elle ? Les fonctions itérées produisent de l'autosimilarité par construction ; mais les systèmes naturels qu'il étudiait « *do not iterate a function. They produce self-similar structure spontaneously. The iterative model imitates the result without identifying the cause.* » (n'itèrent pas une fonction ; ils produisent spontanément une structure autosimilaire ; le modèle itératif imite le résultat sans identifier la cause.) La cause serait restée invisible à une tradition formée par les décimales de Stevin (1585) et la convention $9 \equiv 0$ de Gauss (1801), qui « *détruisent la mémoire structurelle de la clôture* ».

12.2 Les trois conditions

É 12.3 [L] Clôture, mémoire, projection. Une forme autosimilaire à travers les échelles demanderait trois conditions, chacune nécessaire et ensemble suffisantes : - **Clôture** : le système forme un cycle fini qui revient à son origine. « *Repetition presupposes return* » (la répétition suppose le retour). - **Mémoire** : le système garde le compte des cycles accomplis. « *Without memory, repetition collapses into identity* » (sans mémoire, la répétition s'effondre en identité). - **Projection** : le système opère à plusieurs échelles en projetant sa structure sur des registres plus grands.

« *These three conditions are precisely what Stevin and Gauss removed from arithmetic.* » (Ces trois conditions sont précisément ce que Stevin et Gauss ont retiré de l'arithmétique.)

É 12.4 [L] Le cadastre satisfait les trois. Le cadastre (grille 234 / 567 / 891) a sa clôture en 9 et ouvre un registre par + 1 ; sa mémoire est $DR(9) = 9$ (le refus de $9 \equiv 0$) ; sa projection va d'un registre au suivant (1-9, 11-99, 100-999, ...) par *auto-réflexion*.

É 12.5 [L] La projection cadastrale est une auto-réflexion (§3.5). L'objection : l'étape 4 de la preuve confondrait projection et autosimilarité. « *The objection is valid in absolute infinite mathematics. It does not apply to the cadastral frame.* » (L'objection vaut dans les mathématiques infinies absolues ; elle ne s'applique pas au cadre cadastral.) La projection cadastrale est « *auto-reflection of a closed nine-position cycle onto another register of itself* » (l'auto-réflexion d'un cycle fermé de neuf positions sur un autre registre de lui-même), qui préserve par construction quatre invariants : les paires {1, 8}, {2, 7}, {3, 6}, {4, 5} sous φ ; l'axe de clôture {3, 6, 9} ; le barycentre 4,5 ; le centre 6. Le « Théorème 3.1 (auto-réflexivité) » de la source dit que, pour tout registre, la projection préserve les quatre invariants ; il est vrai *par construction*, c'est-à-dire par la définition de la projection retenue (Annexe B).

12.3 La racine digitale, itération type

É 12.6 [Th] La racine digitale est une itération convergente. $DR(n)$ s'obtient en itérant $s(n)$ = somme des chiffres de n jusqu'à un chiffre de 1 à 9 ; tout entier positif l'atteint en un nombre fini d'étapes ($s(n) < n$ dès que $n \geq 10$). Exemple : $1729 \rightarrow 19 \rightarrow 10 \rightarrow 1$, trois itérations. $DR(a + b) = DR(DR(a) + DR(b))$ et $DR(ab) = DR(DR(a) \times DR(b))$. DR n'est pas injective.

É 12.7 [L] Deux itérations. L'ensemble de Mandelbrot naît de l'itération $z \rightarrow z^2 + c$ dans le plan complexe ; selon c , la trajectoire reste bornée ou s'échappe ; la fractalité de Mandelbrot est la frontière entre ces deux régimes.

Propriété	Itération de Mandelbrot	Itération cadastrale (DR)
Opération	$z \rightarrow z^2 + c$ (complexe)	$s(n)$ = somme des chiffres
Domaine	plan complexe, ouvert, infini	cycle fermé 1-9
Convergence	conditionnelle (selon c)	forcée (atteint toujours DR)

Propriété	Itération de Mandelbrot	Itération cadastrale (DR)
Divergence possible	oui (fuite à l'infini)	non (la clôture l'empêche)
Information	peut perdre le chemin	chemin toujours reconstituable depuis l'entier de départ
Fractalité	observée à la frontière	forcée en tout n

« *Mandelbrot fractality is the boundary phenomenon between two regimes (escape vs. confinement). Cadastral fractality is the universal regime.* » (La fractalité de Mandelbrot est un phénomène de frontière entre deux régimes ; la fractalité cadastrale est le régime universel.) Mandelbrot avait besoin de l'itération comme outil parce que son domaine était ouvert ; le cadastre n'a pas besoin d'itération extérieure parce que son domaine est clos et que son opérateur natif est déjà itératif. Les deux lectures « *are not in competition ; they are nested* » (ne sont pas en concurrence ; elles sont emboîtées) : l'itération générale de Mandelbrot est la classe large, la DR en est le membre archétypal.

La source affirme qu'aucune autre itération ne combine les quatre propriétés (non injective, compatible avec l'addition et la multiplication, chemin préservé, convergence forcée par la clôture). C'est une affirmation non démontrée (la réduction par tout entier m partage plusieurs de ces propriétés) ; elle reste lecture (Annexe B).

12.4 La loi et sa preuve

É 12.8 [L, rétrogradé] Le théorème de nécessité cadastrale de la fractalité. « *Any closed cyclic system that retains memory and projects its structure across scales necessarily produces self-similar form at every scale where it operates. Fractality is the unique consequence of closure, memory, and projection.* » (Tout système cyclique fermé qui garde la mémoire et projette sa structure à travers les échelles produit nécessairement une forme autosimilaire à chaque échelle où il opère ; la fractalité est la conséquence unique de la clôture, de la mémoire et de la projection.)

Preuve de la source, en cinq étapes : (1) par clôture, le système a un cycle fini ; toute évolution ultérieure est répétition ; (2) par mémoire, le second cycle se distingue du premier ; (3) par auto-réflexion, la structure se projette à travers les échelles avec ses invariants ; (4) répétition et projection qui préserve la structure donnent les mêmes relations internes à chaque échelle, c'est-à-dire l'autosimilarité, la fractalité au sens de Mandelbrot ; (5) aucune règle itérative n'est requise : la fractalité est forcée par l'architecture.

Statut (Annexe B) : l'étape 4 tient parce que la projection a été *définie* comme préservant la structure (É 12.5) ; la conclusion est alors contenue dans les hypothèses. L'énoncé est cohérent et éclairant, mais ce n'est pas un théorème au sens d'un calcul fini ou d'une démonstration qui apprendrait quelque chose de non posé. Il est retenu comme lecture structurante. La source défend son usage du mot « preuve » au

sens classique (§10.5) : « *The cadastral frame uses ‘proof’ in its classical sense, the sense it bore from Euclid to Hilbert* » (le cadre cadastral emploie « preuve » au sens classique, d’Euclide à Hilbert), avec axiomes explicites (A0), opérateurs explicites (DR, φ) et théorèmes nommés ; « *Rejecting cadastral proofs because they are not Hilbert-Bourbaki-formal would require rejecting Euclid and the entire pre-1900 tradition.* » Le présent volume garde ses statuts selon la convention commune (Avant-propos).

É 12.9 [L] Falsification (§9). Trois canaux : (1) trouver un système cyclique fermé, avec mémoire et projection, qui ne produise pas de forme autosimilaire ; (2) trouver un système qui produise une forme autosimilaire à travers les échelles sans satisfaire les trois conditions ; (3) montrer que la règle des briques ne s’étend pas à d’autres registres de manière à prédire des structures mesurables.

12.5 La règle d’itération : les briques 2 et 3

É 12.10 [Th] Les sommes des briques élevées. $22 + 23 = 45$, et $45 + 1 = 46$; $31 + 32 = 63$, et $63 + 1 = 64$; $220 + 221 = 441$ (DR 9), et $441 + 1 = 442$. Les paires (22, 23), (31, 32), (220, 221) ont pour racines digitales (4, 5).

É 12.11 [L] La règle des briques. « *At any register, bricks 2 and 3 lifted produce a pair with digital roots (4, 5), sum on closure axis, +1 seal yielding a vital assembly.* » (À tout registre, les briques 2 et 3 élevées produisent une paire de racines digitales (4, 5), dont la somme est sur l’axe de clôture, et le sceau + 1 donne un assemblage vital.)

Registre	Paire	Somme	Somme + 1	Assemblage vital
dizaines	22 + 23	45	46	chromosomes humains
dizaines	31 + 32	63	64	codons génétiques
centaines	220 + 221	441 (DR 9)	442	clôture

La source soutient (§5.5) que la règle dérive de la seule arithmétique (2 et 3 sont les seuls premiers qui ne sont pas de la forme $6k \pm 1$; l’élévation au registre est positionnelle ; la paire (4, 5) est la paire barycentrique ; le + 1 est le sceau), « *independently of any biological observation* », et que la convergence avec la biologie est « *empirical confirmation, not post-hoc construction* », comme $E = mc^2$ (1905) précéda sa confirmation. Précision (Annexe B) : la règle ne dit pas comment choisir les paires d’un registre (22, 23 puis 31, 32 aux dizaines ; 220, 221 aux centaines) ; tant que ce choix n’est pas fixé avant de regarder la biologie, le risque de construction après coup reste ouvert, et c’est ce que le troisième critère de É 12.9 permet de tester.

É 12.12 [Th, L] Le motif + 1. À chaque registre, une forme incomplète serait complétée par le sceau + 1 [L] : $8 + 1 = 9$ (l’octet, la clôture) ; $98 + 1 = 99$ (le maximum scellé) ; $197 + 1 = 198$ (le gradient) ; $45 + 1 = 46$ (les chromosomes) ; $63 + 1 = 64$ (les codons) ; $32 + 1 = 33$ (la colonne vertébrale). Les sommes sont **Th** ; le nombre de 33 vertèbres (en comptant le coccyx et le sacrum non soudés) est **F**.

É 12.13 [Th, L] L'équation $33 \times 6 = 198$. $33 \times 6 = 198$ [Th]. Lecture [L] : le distributeur (les 33 vertèbres ; et 137 est le 33^e premier) multiplié par l'équilibre (le centre 6 du cadastre ; « 6 électrons actifs dans Fe/Sm/Os », Volume 8) égale le gradient (2×99 , « doublement cosmique, chemin d'inversion du Heegner 163 »).

12.6 Le rythme 24 : six confirmations

La source présente six confirmations de domaines qui ne partagent ni méthode ni objet, et qui convergeraient sur le rythme 24. Elles sont reprises ici avec leur statut.

É 12.14 [Th] Fibonacci : la période de Pisano. La suite de Fibonacci réduite par 9 a la période 24 (Wall, 1960). En restes de la division par 9, les 24 premiers termes sont 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, 8, 0, 8, 8, 7, 6, 4, 1, 5, 6, 2, 8, 1 (en partant de $F_0 = 0$). Les deux demi-cycles somment à 43 et 56, le cycle entier à 99. En racines digitales (le 9 écrit 9), la même période donne 52, 65 et 117 (chapitre 10, É 10.18).

É 12.15 [L] Le 99 de Fibonacci. « *Fibonacci is a sequence of growth by memory : each term remembers the two previous.* » (Fibonacci est une croissance par mémoire : chaque terme se souvient des deux précédents.) Lue dans le cadastre, elle ne s'étend pas à l'infini abstraitement : « *It folds. It closes. It returns.* » (Elle se plie, se ferme, revient.) Après 24 battements le cycle recommence, et la somme vaut 99, le *maximum scellé* du registre auto-réflexif. Remarque (Annexe B) : le 99 n'apparaît qu'en écrivant 0 pour 9, c'est-à-dire avec la convention que le corpus critique ; en écriture 1 à 9, le total est 117, de racine digitale 9. Le Registre (G.17) retient 99 pour la somme de la période, le Code demande de nommer l'écriture.

É 12.16 [Th] Les carrés de premiers : le rythme 24 et le rail droit. Pour tout premier $p \geq 5$, $p^2 - 1$ est multiple de 24 (résultat classique, dont Nelsen, *Mathematics Magazine* 93, 2020, donne une démonstration ; voir aussi chapitre 4, É 4.15). Démonstration : $p = 6k \pm 1$, donc $p^2 = 36k^2 \pm 12k + 1 = 12k(3k \pm 1) + 1$, et $k(3k \pm 1)$ est toujours pair. **Théorème 7.5.1 de la source (confinement des carrés de premiers au rail droit)** : pour tout premier $p \geq 5$, $DR(p^2)$ appartient à $\{1, 4, 7\}$; aucun carré de premier ≥ 25 n'a sa racine digitale sur le rail $\{2, 5, 8\}$ ou sur l'axe $\{3, 6, 9\}$. Démonstration : $DR(p) \in \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$, et $DR(p^2) = DR(DR(p)^2)$ prend les valeurs 1, 4, 7, 7, 4, 1.

p	5	7	11	13	17	19	23	29	31
p^2	25	49	121	169	289	361	529	841	961
reste par 24	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$DR(p^2)$	7	4	4	7	1	1	7	4	7

Les écarts entre carrés successifs (24, 72, 48, 120, 72, 168, 312, ...) sont tous multiples de 24. Le premier carré de premier ≥ 25 suit immédiatement le pivot 24. Lecture [L] : le rail droit est le rail de la matérialisation (Volume 1, chapitre sur la non-numérologie) ; les carrés de premiers « *scellent chaque premier sur lui-même par élévation quadratique* », et toutes ces matérialisations tombent sur le rail de la matérialisation.

É 12.17 [F, L] Le cycle de vie humain : deux sceaux. La source lit la vie humaine en deux cycles de 24 ans : de 0 à 24, la sédimentation matérielle (construction du corps), close par le sceau $25 = 5^2$ (le barycentre au carré, « *la matière se scelle sur elle-même en carrant son centre* ») ; de 25 à 49, la sédimentation consciente, close par le sceau $50 = 31 + 19$ (31 miroir de 13, 19 miroir de 91 ; $DR(31) = 4$, $DR(19) = 1$; $DR(50) = 5$, le barycentre). $25 \times 2 = 50$: « *the conscious seal is exactly double the material seal* », la conscience comme « *matière qui s'est traversée elle-même* ». Appuis cités [F], avec leurs limites : la DHEA (déhydroépiandrosterone) atteint son pic vers 20 à 30 ans puis décline d'environ 2 à 3 % par an (Orentreich et al., *J. Clin. Endocrinol. Metab.* 59, 1984 ; Labrie et al., *J. Endocrinol.* 187, 2005) ; la maturation du cortex préfrontal se poursuit jusque vers 24-25 ans (Giedd et al., *Nature Neuroscience* 2, 1999 ; Lebel et Beaulieu, *J. Neurosci.* 31, 2011) ; l'intelligence cristallisée culmine entre 45 et 60 ans environ (Salthouse, *Neurobiology of Aging* 30, 2009 ; Hartshorne et Germine, *Psychological Science* 26, 2015). Ce sont des fourchettes d'âge, non des points ; la lecture en deux sceaux exacts (25 et 50) est L. Une phrase de la source sur une reconnaissance administrative de l'âge de 25 ans par une agence américaine de sécurité routière n'a pas de référence et n'est pas reprise (Annexe B).

É 12.18 [F, L] L'horloge circadienne. Tout le vivant terrestre (cyanobactéries, plantes, champignons, animaux) entretient un cycle endogène d'environ 24 heures, nommé *circadien* par Halberg (1959). En isolement temporel, la période libre humaine est d'environ 24,18 h (Czeisler et al., *Science* 284, 1999) ; cyanobactéries environ 24,0 h ; drosophile environ 24,2 h ; arabette environ 24,0 h. Le mécanisme moléculaire, une boucle de rétroaction de l'expression des gènes, a valu le prix Nobel de physiologie ou médecine 2017 à Hall, Rosbash et Young [F]. (La source cite les gènes *period*, *timeless* et *cryptochrome* ; le communiqué Nobel cite *period*, *timeless* et *doubletime* ; Annexe B.) Lecture [L] : le rythme circadien remplirait les trois conditions de façon continue et universelle : clôture (le cycle revient en phase toutes les 24 heures), mémoire (la *mémoire de phase* du noyau suprachiasmatique), projection (le cycle quotidien se projette sur les cycles hebdomadaire, menstruel, saisonnier, annuel). « *It is the continuous beat of the living world* » (c'est le battement continu du monde vivant).

É 12.19 [L, avec correction] Les 24 images par seconde. La source lit la cadence cinématographique de 24 images par seconde comme « *an empirical discovery of the threshold at which discrete visual frames fuse into perceived continuous motion* » (la découverte empirique du seuil où des images discrètes fusionnent en mouvement continu perçu), et la relie au circadien : « *The circadian closes a cycle every 86,400 seconds ; the perceptual closes a cycle every 1/24 second. The rhythm 24 is the closure constant in both.* » (Le circadien ferme un cycle toutes les 86 400 secondes ; le perceptif toutes les 1/24 de seconde ; le rythme 24 est la constante de clôture des deux.) Correction (Annexe B) : la cadence de 24 images par seconde a été normalisée à la fin des années 1920 avec le cinéma sonore, comme compromis entre qualité du son et coût de la pellicule ; la perception d'un mouvement apparent commence plus bas (vers 12 à 16 images par seconde), et le papillotement est évité en projection par des obturateurs à deux ou trois pales (48 ou 72 éclairs par seconde). Le 24 du cinéma n'est donc pas un seuil perceptif mesuré ; il est retenu ici comme lecture.

É 12.20 [L] Synthèse des six domaines.

Domaine	Confirmation	Référence	Statut ici
Mathématique pure	période de Pisano 24	Wall 1960	Th
Théorie des nombres	$p^2 - 1$ multiple de 24 ; rail droit	classique ; Th 7.5.1	Th
Chronobiologie	rythme circadien de 24 h	Halberg 1959 ; Nobel 2017	F (lecture L)
Biologie du développement	DHEA et cortex préfrontal vers 24-25 ans	Orentreich 1984 ; Giedd 1999	F en fourchette (lecture L)
Psychométrie	intelligence cristallisée vers 50 ans	Salthouse 2009 ; Hartshorne 2015	F en fourchette (lecture L)
Perception	24 images par seconde	normalisation du cinéma	L (corrigé)

La source divise ces confirmations en deux registres : trois arithmétiques ou développementales (Fibonacci, carrés de premiers, sceaux de 25 et 50), où le rythme 24 se manifeste à des moments discrets ou dans des structures ; trois continues et opératoires (circadien, perception, cycles biologiques), où il se manifeste à chaque instant. « *Together, the two categories establish that the cadastral rhythm 24 governs the universe at both its discrete structural moments and its continuous operational fabric.* » Avec les statuts du tableau, les deux premières lignes sont des théorèmes de l'arithmétique ; les autres sont des correspondances numériques, inégalement précises, entre ces théorèmes et des mesures biologiques ; la convergence est une lecture.

12.7 Pourquoi Mandelbrot ne pouvait pas voir la cause

É 12.21 [L] L'outil de Mandelbrot. Mandelbrot travaillait dans la tradition analytique façonnée par Stevin et Gauss : la clôture y est invisible (les décimales s'étendent sans sceau), la mémoire effacée ($9 \equiv 0$ abolit le compte des tours), la projection remplacée par des limites continues. « *He rediscovered the effect empirically because the cause had been buried by his own arithmetic toolkit.* » (Il a redécouvert l'effet empiriquement parce que la cause avait été enfouie par sa propre boîte à outils arithmétique.)

É 12.22 [L] Conséquences pour le corpus. La loi fractale est présentée comme « *the structural foundation of the ARC corpus* » (le fondement structurel du corpus) : le rythme 24 des carrés de premiers, l'invariance du 6 dans Fe/Sm/Os, les sept nombres magiques nucléaires lus sur les rails, les angles de liaison sur le cadastre seraient la même loi à des registres différents. Le Registre (G.25, Volume 3) a depuis refusé quatre lectures nucléaires par les effectifs, dont « *les nombres magiques contre les rails* », avec la conclusion « *le cadastre ne se lit pas dans les comptes du noyau* » ; la mention des nombres magiques est donc à lire avec ce refus. Développement des applications : Volume 8.

12.8 Conclusion

« Fractality is not a property of forms. It is a property of closed cyclic systems that retain memory and project across scales by auto-reflection. Wherever the three conditions are satisfied, fractality must appear. »
(La fractalité n'est pas une propriété des formes. C'est une propriété des systèmes cycliques fermés qui gardent la mémoire et se projettent à travers les échelles par auto-réflexion. Partout où les trois conditions sont réunies, la fractalité doit apparaître.)

La dédicace de la source, outre les proches de l'auteur, va « *to Hippasus, who drowned for the truth of numbers. To Mandelbrot, who saw the effect* » (à Hippase, qui se noya pour la vérité des nombres ; à Mandelbrot, qui vit l'effet).

Chapitre 13. La figure et le quantique

Le Livre III de la *Bible Quantique* (v5, mai 2026) porte en exergue une phrase qui renverse l'ordre habituel : « *La géométrie est quantique.* » On dit d'ordinaire que la mécanique quantique est étrange parce qu'elle s'écarte de la géométrie familière ; l'auteur soutient au contraire que toute opération géométrique est une projection, que la projection est exactement ce que la mécanique quantique formalise, et que les paradoxes quantiques (la dualité onde-corpuscule, l'incertitude, la mesure, la non-localité) viennent d'instruments qui ne lisent qu'un des deux pôles d'une tension. Ce chapitre rassemble ce que les sources du volume disent du quantique à partir de la figure : la borne de Tsirelson, l'intrication comme dipôle, le spin 1/2, les quatre paradoxes, et la distinction des deux cycles (1-9 et 1-10) qui portent les deux cercles. Ce sont presque entièrement des lectures ; les faits expérimentaux cités sont signalés. La physique relue dans son ensemble est l'objet du Volume 7, *La Physique relue*, auquel ce chapitre renvoie pour les développements.

13.1 Toute géométrie est projective

É 13.1 [L] Le retournement. « *Ce n'est pas le quantique qui s'écarte de la géométrie. C'est la géométrie qui est quantique depuis toujours.* » Ce retournement « *n'est pas inversion rhétorique* » : toute la cascade des paradoxes deviendrait lisible dès qu'on reconnaît que la géométrie opère elle-même par projection, donc par tension inverse.

É 13.2 [L] Toute opération géométrique opère par projection. Voir un cercle, c'est projeter l'orbite réelle en trois dimensions sur le plan rétinien ; dessiner un carré, c'est projeter la figure idéale dans le plan du papier ; mesurer un angle, c'est le projeter sur le plan de l'instrument. « *Toute géométrie observable est intrinsèquement projective.* » La configuration cartésienne qui sépare un observateur extérieur et un objet dans un espace préexistant masquerait ce fait.

É 13.3 [F, L] Projection géométrique et mesure quantique. En mécanique quantique, la mesure d'une observable A sur un état $|\psi\rangle$ donne l'une de ses valeurs propres a_i , avec la probabilité $|\langle a_i|\psi\rangle|^2$, et l'état après mesure est la projection de $|\psi\rangle$ sur le sous-espace propre associé **[F]**. Projeter orthogonalement un vecteur sur un axe (produit scalaire avec le vecteur unitaire de l'axe), projeter sur un sous-espace (appliquer le projecteur orthogonal) : ces opérations seraient « *strictement identiques* » à celles que la mécanique quantique nomme mesure. La différence tiendrait au

cadre interprétatif : la projection géométrique est lue comme description passive, la mesure comme transformation active de l'état [L].

13.2 La borne de Tsirelson et l'intrication

É 13.4 [F] Bell, Tsirelson et les tests. Bell (1964) montre que toute théorie locale à variables cachées satisfait l'inégalité $|S| \leq 2$, où S combine quatre corrélations $E(a, b)$, $E(a, b')$, $E(a', b)$, $E(a', b')$ pour deux choix de direction de mesure de chacun de deux observateurs éloignés (forme CHSH : Clauser, Horne, Shimony et Holt, *Physical Review Letters* 23, 1969). Tsirelson (*Letters in Mathematical Physics* 4, 1980) montre que la corrélation quantique est elle-même bornée : $|S| \leq 2\sqrt{2} \approx 2,828$, borne atteignable. Aspect (*Physical Review Letters* 49, 1982, p. 1804) réalise le premier test rigoureux ; Hensen et al. (*Nature* 526, 2015, p. 682) le premier test sans échappatoire, avec des centres NV du diamant ; le *Big Bell Test* (*Nature* 557, 2018, p. 212) fait générer les choix de mesure par environ 100 000 participants humains ; le prix Nobel de physique 2022 couronne ces travaux. Aucune expérience n'a dépassé $2\sqrt{2}$.

É 13.5 [Th, L] La décomposition cadastrale (La Figure Fondamentale, Théorème 6.1). $S_{\max} = N \times k_{\text{arc}} \times d$, avec $N = 4$ (les quatre paires d'inversion du cadastre), $k_{\text{arc}} = 1/2$ (le pivot 4,5 rapporté à 9) et $d = \sqrt{2}$ (la diagonale de la figure) : $4 \times 1/2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$; avec $d = 1$ (le côté), $4 \times 1/2 \times 1 = 2$, la borne classique [Th]. « *Le saut du classique au quantique est exactement $\sqrt{2}$, le rapport diagonale/côté du carré unitaire.* » « *Le passage de la vision classique (qui voit des objets) à la vision quantique (qui voit des relations) est mesuré par $\sqrt{2}$.* » Et : « *Les 4 termes du CHSH sont les 4 paires d'inversion cadastrales. Chaque corrélateur explore une paire. Pas coïncidence numérique, identité structurelle.* » [L]. Le statut est celui que la source Carré-Illusion fixe elle-même : une lecture de la borne connue, non une dérivation indépendante (chapitre 4, É 4.20).

É 13.6 [L] La borne sur les sphères. Le Livre III (§III.2.3) renvoie à la dérivation déposée sous le titre *Tsirelson Without Hilbert* (v4.0, puis v4.1) : la borne $2\sqrt{2}$ émergerait de la projection binaire de Haar sur la sphère S^2 , « *propriété géométrique de la projection d'une distribution uniforme sur une sphère* », sans recours à l'espace de Hilbert. Le Registre (G.21, Volume 3) note qu'un défaut du protocole déterministe de la v4.0 a été corrigé en v4.1. L'examen de cette dérivation appartient au Volume 7 (chapitre *Tsirelson sans Hilbert*).

É 13.7 [L] L'intrication comme dipôle cadastral (La Figure Fondamentale, §6.3). Einstein, Podolsky et Rosen (*Physical Review* 47, 1935, p. 777) jugeaient paradoxal qu'une mesure sur une particule fixe instantanément l'état d'une autre, éloignée ; Einstein parlait de *spukhafte Fernwirkung*, action fantôme à distance [F]. Lecture cadastrale : les deux particules ne communiquent pas ; elles n'ont jamais été séparées au sens cadastral ; elles sont les deux pôles d'un dipôle maintenu, comme les deux pôles de la paire (1, 8), toujours séparés de 7 et toujours unis par leur centre 4,5. « *Le dipôle cadastral. Deux pôles préservés en relation structurelle stricte par involution autour d'un barycentre. Les pôles ne fusionnent jamais. Mais ils sont structurellement inséparables.* » La mesure d'un pôle révèle l'autre sans qu'aucun signal ne traverse l'espace.

L'image de la pomme : on coupe une pomme en moitiés gauche et droite, on en envoie une à Montréal et l'autre à Tokyo ; quand Tokyo constate qu'il a la gauche, il sait instantanément que Montréal a la droite ; « *La relation gauche-droite était dans la pomme avant la coupure.* » « *La mesure ne crée pas la corrélation, elle la révèle.* » (Précision : l'image de la pomme est celle de corrélations classiques préétablies, que l'inégalité de Bell borne par 2 ; la violation de Bell exclut précisément une explication de ce seul type. La lecture de l'auteur porte donc sur un dipôle *structurel* dont la corrélation atteint $2\sqrt{2}$, non sur des propriétés locales fixées d'avance ; l'image illustre le refus du signal, non la valeur de la borne. Annexe B.)

« *Le dipôle a appelé ARC. ARC est la solution au dipôle.* » « *La polarité est structure première. La fusion est dérivée.* »

13.3 Le spin 1/2

É 13.8 [F] La périodicité 4π . Un fermion (électron, quark, neutrino) ne retrouve son état qu'après une rotation de 720° ; l'interférométrie neutronique l'a observé directement en 1975 (Rauch et al. ; Werner et al. ; la source cite Werner, *Physical Review A* 12, 1975) : des neutrons dont le spin a précédé de 360° interfèrent destructivement avec des neutrons non précédés, et constructivement après 720° .

É 13.9 [L] Le spin comme coût de projection. « *Le spin 1/2 est k_{arc} , le rapport barycentre/clôture du cadastre, qui est aussi le rapport de projection géométrique élémentaire.* » Le spin ne serait pas une rotation physique mais le coût $k_{arc} = 1/2$ requis pour lire un état relationnel en trois dimensions (la sphère S^2) à travers une interface de mesure à deux dimensions. Une rotation de 360° dans l'espace observable ne correspondrait qu'à 180° dans l'espace projectif sous-jacent ; il faudrait deux rotations observables, 720° , pour fermer le cycle. Les chapitres 4 (É 4.11, la valuation de 3), 6 (É 6.19, le doublement projectif) et 8 (É 8.14, la double involution $\varphi \circ \varphi$) donnent les trois autres lectures du corpus ; la tension entre « deux tours nécessaires » et « un seul tour quand le couplage est restauré » (L'Objet à deux faces) est un chantier du Registre (Volume 3).

13.4 Les paradoxes comme amputation instrumentale

É 13.10 [L] Le mécanisme. « *L'instrument standard ne lit qu'un seul des deux pôles de la tension inverse qui crée la forme. Il opère depuis l'inscrit ou depuis le circonscrit, jamais depuis les deux simultanément.* » La forme n'existant que par la tension des deux pôles, l'instrument qui n'en lit qu'un produit une trace mutilée, « *bizarre, paradoxale, contradictoire, parce qu'elle l'est. Elle est la moitié d'une tension inverse, présentée comme si elle était la tension complète.* »

É 13.11 [L] Quatre paradoxes diagnostiqués. - Dualité onde-corpuscule. « *Une onde est ce qui apparaît quand on projette sur certains plans. Un corpuscule est ce qui apparaît quand on projette sur d'autres plans. Pas dualité de la matière, dualité des plans de projection.* » La diffraction (Davisson et Germer, 1927) projette sur le plan de phase ; la détection d'arrivées individuelles (la source cite Stern et Gerlach, 1922) projette sur le plan de position. La particule est unique ; le plan change. - *Incertitude.*

Heisenberg (*Zeitschrift für Physik* 43, 1927, p. 172) : pour deux observables qui ne commutent pas, le produit des incertitudes est au moins $\hbar/2$ [F]. Lecture : position et impulsion sont les deux pôles d'une tension projective ; la précision sur l'un impose l'imprécision sur l'autre, comme pour toute paire non commutative de la géométrie projective. - *Mesure*. Le formalisme pose deux évolutions (unitaire, selon Schrödinger ; et réduction lors de la mesure) sans unification, et la frontière entre système et appareil reste ambiguë ; les interprétations (Copenhague, mondes multiples d'Everett 1957, décohérence de Zeh 1970 et Zurek 1981, variables cachées de Bohm 1952) « *le déplacent* » [F] pour leur liste. Lecture : l'observateur n'est pas extérieur au système, il en est « *le rotor interne* » ; il n'y a qu'une grammaire projective où observateur et observé s'inscrivent ensemble, et la réduction apparente est l'artefact de l'amputation qui retire l'observateur. - *Non-localité*. Deux instruments séparés lisent chacun un pôle d'une seule tension : « *deux inscriptions spatialement disjointes d'une seule configuration projective* » (É 13.7).

É 13.12 [L] La performance conservée. « *La régularisation ne nie aucune des inscriptions empiriques de la mécanique quantique.* » Les corrélations EPR existent, la diffraction électronique existe, l'incertitude opère, la borne de Tsirelson se mesure ; on continue de prédire les figures d'interférence par les formules standards. « *Ce qui change, c'est la grammaire interprétative.* » Le formalisme de Hilbert serait « *outillage spécifique pour calculer dans la grammaire projective amputée* », redondant pour les inscriptions fondamentales quand la grammaire projective est restaurée. La Conjecture 7.2 de Deux Cercles (chapitre 4, É 4.22) en est la forme ouverte : **Chantier**.

13.5 La gestion administrative de l'irrationnel

É 13.13 [L] L'erreur catégorielle d'Hippase (Livre III, §III.4). La régularisation aurait été de reconnaître que la diagonale n'est pas un objet existant en soi : elle est la trace projective d'une tension inverse entre le cercle inscrit et le cercle circonscrit, lue à travers le carré. « *L'irrationalité constitue le prix payé pour avoir extrait la diagonale de sa matrice géométrique fermée.* » Toute la discipline des transcendants (Liouville 1844, Hermite 1873, Lindemann 1882), l'approximation diophantienne, les nombres p-adiques, la théorie de Galois différentielle seraient « *gestion administrative des conséquences de l'erreur d'Hippase* », et la majeure partie des premières années universitaires de mathématiques générerait cette substantification. Cantor (*Journal de Crelle* 77, 1874, p. 258) démontre que l'ensemble des réels est strictement plus grand que celui des rationnels [F] ; pour l'auteur, c'est le « *sommet historique de la gestion administrative* » : au lieu de régulariser la substantification, Cantor l'amplifie. « *Aucune réfutation cadastrale n'est nécessaire* » : l'édifice opère, dans une grammaire substantifiée que la grammaire native rendrait inutile. Comme au chapitre 6 (É 6.20), la source précise qu'elle ne propose pas d'invalidiser l'édifice technique.

13.6 Les deux cycles originaux et la forme projective

É 13.14 [L] Le cycle 1-9 qualitatif. Le cercle inscrit porterait le cycle 1-9, « *qualitatif pur* » : neuf positions qui ne sont pas neuf quantités mais neuf qualités opératoires (l'involution, quatre paires, trois rails). « *La position 1 n'est pas une quantité plus*

petite que la position 9 ; elle est l'ouverture cadastrale, qualitativement différente de l'horizon de clôture. » Chaque position porte à la fois sa dimension quantitative (combien) et qualitative (quelle place).

É 13.15 [L] Le cycle 1-10 phasique. Le cercle circonscrit porterait le cycle 1-10, « *phasique quantitatif* » : dix moments d'un déploiement qui se boucle, où le zéro inscrit la phase de complétion. La source l'illustre par des cycles de dix : dix mois lunaires de gestation (environ 280 jours **[F]**), la décade ; elle cite aussi « *dix jours pour parcourir les phases d'une lunaison majeure* », sans référence (non repris comme fait ; Annexe B).

É 13.16 [L] Deux cycles, pas confondus. « *Deux cycles originaux distincts. Pas confondus. Pas réductibles l'un à l'autre.* » La cascade Stevin-Gauss opère exactement cette confusion : Stevin projette le cycle phasique 1-10 sur le cycle qualitatif 1-9 par la décimalisation infinie ; Gauss identifie l'horizon de clôture (9) du cycle qualitatif avec la complétion (0) du cycle phasique. « *Les deux gestes ensemble effacent la distinction entre les deux cycles originaux et installent une grammaire amputée unique qui mélange les dimensions qualitatives et quantitatives sans les articuler.* » Deux Cercles (chapitre 3, É 3.4) nomme les deux cycles brique 2 (clôture) et brique 3 (relance) ; l'Octet Rule (chapitre 10, É 10.6) place leurs deux pivots en 4,5 et 5, séparés de k_{arc} .

É 13.17 [L] La forme comme tension des deux cycles. Les deux cycles opèrent en tension inverse projective permanente, et la forme naît de leur projection mutuelle : « *La forme imbriquée 1-9 dans 1-10 est la trace projective stricte de la tension inverse des deux cycles originaux.* » Dans la figure, la diagonale du carré, qui relie le cercle inscrit au cercle circonscrit, est « *opérateur projectif actif entre les deux cercles, et c'est par son opération que la forme apparente s'inscrit* ».

É 13.18 [Chantier] La libération géométrique cyclique. « *Si tout est géométrie cyclique enrichie par la matière, alors les directions et les lignes ne sont pas primaires. Elles sont celles que le cycle de libération géométrique dévoile.* » Verbe décisif : *libération*. Les directions préexisteraient enroulées dans le cycle et seraient libérées par son bouclage, en parallèle de la sédimentation de la lumière en matière (Volume 8). Deux conséquences sont posées, dont la source dit que « *la validation empirique reste à effectuer* » : les trois dimensions spatiales seraient trois opérations cycliques (les trois rails D, G et l'axe) déployées ensemble, non trois axes indépendants ; la courbure de l'espace-temps serait celle de cycles libérés différemment selon la configuration matérielle locale, non un espace préexistant déformé, ce qui « *reste à articuler avec précision dans un travail ultérieur* ».

13.7 Coda du Livre III

« *Un enfant de dix ans peut la dessiner avec un compas et une règle. Un étudiant de master en mathématiques peut passer cinq ans à apprendre l'analyse sans jamais la voir. Les deux regardent la même chose. Le premier voit la structure. Le second voit des epsilon et des limites.* » (Livre III, préambule.)

La figure fondatrice a livré, dans la lecture du Livre III, les trois constantes $\sqrt{2}$, π , φ ; la série des polygones (triangle, carré, pentagone, hexagone, octogone, et le 9 comme

cercle lui-même) ; l'octogone par les arêtes liées ; le pentagramme et le pentagone central (au statut de chantier pour la construction, chapitre 1, É 1.11) ; l'octaèdre et les cinq solides de Platon ; et le retournement « *la géométrie est quantique* ». « *La marche continue.* »

Annexe A : Table des énoncés

Le statut principal vient en premier ; un second statut signale un énoncé mixte (un fait dur et sa lecture) ou une correction. Le titre est celui de l'énoncé dans le texte.

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 1.1	Le comment est lisible, le pourquoi est mal posé	L	1
É 1.2	Principe d'ordre	L	1
É 1.3	Les trois rapports de la figure	Th	1
É 1.4	Identité de la diagonale	Th	1
É 1.5	La diagonale tient la trinité	L	1
É 1.6	Construction 4.1 du Carré-Illusion : l'opérateur de découpe	L	1
É 1.7	Le carré inverse, le cercle conserve	L	1
É 1.8	Lecture identitaire	L	1
É 1.9	Les huit points de la figure	Th	1
É 1.10	L'octogone de la figure	L	1
É 1.11	Le pentagramme révélé	Chantier	1
É 1.12	Octogone fixe, pentagramme tournant	L	1
É 1.13	L'octaèdre régulier sur le carré de la figure	Th	1
É 1.14	Cinq solides réguliers	F	1
É 1.15	Les solides dans la figure	L	1
É 1.16	Théorème 1.1 de La Figure Fondamentale (Trinité géométrique)	L	1
É 1.17	Irrationalité de $\sqrt{2}$	Th	1
É 1.18	Hippase de Métaponte	F	1
É 1.19	Ce qu'Hippase a manqué	L	1
É 1.20	La cascade des trois illusions	L	1
É 1.21	Un système d'opérateurs	L	1
É 2.1	Axiome des cercles premiers	L	2
É 2.2	Gate 2, $\sqrt{2}$, le diamètre	Th	2
É 2.3	Gate 3, $\sqrt{3}$, la double traversée	Th	2
É 2.4	Gate 5, $\sqrt{5}$, le span d'inversion	Th	2
É 2.5	Les trois Gates comme cercles innommés	L	2
É 2.6	Les Gates composées	Th	2
É 2.7	Les trois Gates occupent les trois premiers polygones	L	2

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 2.8	$\sqrt{2}$ n'est pas un mystère mais un opérateur	L	2
É 2.9	Argument 5.1 du Carré-Illusion : le cercle est premier	L	2
É 2.10	Les faits sur 22/7	Th	2
É 2.11	La lecture cadastrale de 22/7	L	2
É 2.12	Correction : 22/7 n'est pas la valeur de π	Th	2
É 2.13	Le rapport carré/cercle inscrit en π fermé	Th	2
É 2.14	La barycentrie de π	L	2
É 2.15	Le pentagone porte $\varphi/2$	Th	2
É 2.16	Correction : $r \times R$ du pentagone	Th	2
É 2.17	Correction : $\cos 108^\circ$ vaut $-1/(2\varphi)$	Th	2
É 2.18	φ , géométrie de la vie	L	2
É 2.19	Phyllotaxie	F	2
É 2.20	φ est conséquence de l'octet	L	2
É 2.21	Proposition 5.2 du Carré-Illusion	L	2
É 3.1	Les neuf chiffres simples	L	3
É 3.2	Invariance (Carré-Illusion, Théorème 1.2)	Th	3
É 3.3	Unicité de la base 10 rétablie par la condition (vi), clôture carrée ; deux démonstrations générales	Th	3
É 3.3 bis	Les cousins du 10 : famille $2^k + 2$, exposants hors du rail {2, 5, 8}, aucun ne porte la structure ; 7 et 28, infinité	Th, Chantier	3
É 3.4	1-9 engendre le 10 (Deux Cercles, Théorème 0.2)	L	3
É 3.5	L'asymétrie fermée : pourquoi 9 (Carré-Illusion, Théorème 1.1)	Th, avec correction	3
É 3.6	La table DR	Th	3
É 3.7	Les inversions révélées (La Figure Fondamentale, Théorème 5.1 ; Deux Cercles, §0ter.1)	Th	3
É 3.8	Le complément involutif	Th	3
É 3.9	Les quatre paires et leur centre	Th	3
É 3.10	Unicité du pivot (La Figure Fondamentale, Théorème 5.2 ; Octet Rule, Théorème 3.3)	Th	3
É 3.11	Le rotor 180° (La Figure Fondamentale, Théorème 5.3)	Th	3
É 3.12	Non-injectivité de $9 \equiv 0$ (Carré-Illusion, Théorème 1.3)	Th	3
É 3.13	Les trois formules du chaos (Carré-Illusion, Théorème 3.1)	Th	3
É 3.14	Le seuil du chaos en machine	P	3
É 3.15	La descente sur l'interface (Deux Cercles, Théorème 0.3)	Th	3
É 3.16	Ce que la cascade dit	L	3
É 3.17	Les pointes de la cascade (Carré-Illusion, Théorème 1.4)	Th	3

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 3.18	La loi de la répétition quadruple	Th	3
É 3.19	Le triangle de Pascal réduit par 9	F	3
É 3.20	La grille rotor (dynamique)	Th	3
É 3.21	La grille de structure, cadastre des premiers	Th	3
É 3.22	Les trois triades	L	3
É 3.23	L'axe ferme par toutes les opérations	Th	3
É 3.24	L'identité $36/4 = 9$	L	3
É 3.25	Les multiples de 12 vivent sur l'axe	Th	3
É 3.26	Désigner et opérer (Carré-Illusion, Observation 15.1)	L	3
É 4.1	Coïncidence unique (Deux Cercles, Théorème 1.1)	Th	4
É 4.2	Le piège historique	L	4
É 4.3	La récupération du double par le pli (Lecture 1.2)	L	4
É 4.4	$\sqrt{2}$ est le nombre dont le carré est le double de l'unité	Th	4
É 4.5	$\sqrt{2}$, traducteur exact	L	4
É 4.6	Engendrement de Frobenius (Deux Cercles, Théorème 3.1)	Th	4
É 4.7	Les neuf chiffres comme relations des deux briques	Th, L	4
É 4.8	Le 5, premier premier construit (Lecture 3.2)	L	4
É 4.9	Le seul triple consécutif dont la somme égale le produit	Th	4
É 4.10	Le nombre de $\times 3$ pour fermer	Th	4
É 4.11	Fermion = rang zéro de l'axe (Lecture 4.1)	L	4
É 4.12	Image du carré (Deux Cercles, Théorème 5.1)	Th	4
É 4.13	Les deux orbites	Th	4
É 4.14	Deux opérateurs, deux territoires (Lecture 5.2)	L	4
É 4.15	Le pas atomique (Carré-Illusion, Théorème 12.1)	Th	4
É 4.16	L'aire pythagoricienne sur l'axe (Carré-Illusion, Théorème 12.2)	Th	4
É 4.17	La corde 496/694/198/595 (Deux Cercles, Théorème 6.1)	Th	4
É 4.18	La croix de Planck (Lecture 6.2)	L	4
É 4.19	Le débordement $3/4$ (Lecture 6.3)	Th, L	4
É 4.20	Décomposition de Tsirelson (Deux Cercles, Théorème 7.1)	Th, L	4
É 4.21	La convergence du demi	L	4
É 4.22	Conjecture 7.2 : mécanique quantique = géométrie cadastrale	Chantier	4
É 4.23	Un seul geste	L	4
É 5.1	La thèse	L	5
É 5.2	Gauss-Wantzel	F	5
É 5.3	Deux outils appauvris	L	5

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 5.4	Le nonagone est le cercle	L	5
É 5.5	Mémoire du 9 (La Figure Fondamentale, Théorème 2.1 ; L'Origine géométrique, §5)	Th	5
É 5.6	L'objection des grades	L	5
É 5.7	Le triangle est le seul polygone du pli	Th	5
É 5.8	Le temps vient du triangle	L	5
É 5.9	Le cône de lumière, analogie de forme	L	5
É 5.10	Trois faits du carré	Th	5
É 5.11	L'angle droit et le radian viennent du carré	L	5
É 5.12	La singularité de l'hexagone	Th	5
É 5.13	Le pavage hexagonal	F	5
É 5.14	Le mètre vient de l'hexagone, cohérence et non dérivation	L	5
É 5.15	Le span de la paire maximale	Th	5
É 5.16	La lumière couvre le span maximal	L	5
É 5.17	Le cycle de 1/7	Th	5
É 5.18	Le pont de Galois	Th	5
É 5.19	Correction : le polynôme minimal de $\cos(\pi/7)$	Th	5
É 5.20	La signature {8, 4, 4, 1}	L	5
É 5.21	Symétries d'ordre 7 dans le vivant	F	5
É 5.22	La racine digitale de c	Th, L	5
É 5.23	La nature de la lumière est le 3	L	5
É 5.24	Les deux moteurs	Th, L	5
É 5.25	Les angles de l'octogone	Th	5
É 5.26	L'octet gouverne les couches	L	5
É 5.27	La grille et le 64	Th, L	5
É 5.28	Correction : le rapport 3/8 est un carré	Th	5
É 5.29	L'angle de Weinberg à l'unification	F	5
É 5.30	Autres chemins vers 3/8	Th, L	5
É 5.31	Les deux cercles du cadastre : 3 et 8	Th, L	5
É 5.32	L'axe et les codons stop	F, L	5
É 5.33	Les sept faces du 3	Th	5
É 5.34	Compter n'est pas mesurer : la correction de la Gate 3	L, correction	5
É 5.35	G ne subit pas le chaos	L	5
É 5.36	La structure angulaire du nonagone	Th	5
É 5.37	Correction : $r \times R$ du nonagone	Th	5
É 5.38	Le seuil fractal	L	5
É 5.39	Le cycle ne finit pas à 9	L	5
É 5.40	Les unités comme cicatrices	L	5
É 5.41	Les rapports survivent à l'erreur d'unité	L	5
É 5.42	Le pliage (Carré-Illusion, Proposition 14.1)	Th	5
É 5.43	Trois proportions parfaites	Th	5
É 5.44	Khéops	F, L	5

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 5.45	La pyramide, inscription mnémonique	L	5
É 6.1	Le retour à soi	Th	6
É 6.2	L'entière est 1	L	6
É 6.3	La coupure pédagogique	L	6
É 6.4	Rappel	Th	6
É 6.5	Deux échelles	L	6
É 6.6	La table de 9 inscrit les quatre paires	Th	6
É 6.7	Le triangle de référence	F	6
É 6.8	Le triangle cadastral	Th	6
É 6.9	Deux statuts de $\sqrt{2}$	L	6
É 6.10	Fondement du déplacement d'échelle	L	6
É 6.11	Sept chemins vers 1/2 (version de L'autre triangle)	L	6
É 6.12	La grammaire de la projection	L	6
É 6.13	La conséquence mesurée à la place de la cause	L	6
É 6.14	La substantification	L	6
É 6.15	Et pourtant	L, déclaré conjectural	6
É 6.16	La normalisation est routinière	F	6
É 6.17	Deux poids, deux mesures	L	6
É 6.18	La borne de Tsirelson devient triviale	Th, L	6
É 6.19	Le spin 1/2 fermionique	L	6
É 6.20	La théorie des transcendants comme gestion d'une erreur de statut	L	6
É 6.21	Robson et Plimpton 322 (histoire)	F, L	6
É 6.22	Hegel et le Rapport (philosophie)	L	6
É 6.23	Clifford et la borne de Tsirelson (physique)	Chantier	6
É 6.24	Le trivial ne se regarde pas	L	6
É 7.1	Le carré scelle, toujours	L	7
É 7.2	Les fibres du carré sont les paires	Th	7
É 7.3	Une double dérivation	L	7
É 7.4	Le reçu minimal	Th	7
É 7.5	Le carré silencieux de la mécanique quantique	L	7
É 7.6	Critère de Born	Chantier	7
É 7.7	La rotation gratuite	Th	7
É 7.8	L'invariance de la partition	Th	7
É 7.9	La composition des reçus	Th, L	7
É 7.10	L'idempotence des projecteurs	L	7
É 7.11	Le sceau contient la relation plus l'unité	Th	7
É 7.12	Le cas fondateur 5-6-7	Th	7
É 7.13	Le joint des jumeaux	Th	7
É 7.14	La lecture des murs	L	7
É 7.15	La règle du reçu	L	7
É 7.16	Trois points restants	Chantier	7

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 8.1	Le carré est un parcours	L	8
É 8.2	Le côté gardé, le sceau	L	8
É 8.3	Premier côté : ouvrir, la fusion $1 \oplus 1 = 3$	L	8
É 8.4	Deuxième côté : différencier, la soustraction trinitaire $A - B = C$	L	8
É 8.5	Troisième côté : réunir, le retour $n \times n \div n = n$	L	8
É 8.6	La figure complète	L	8
É 8.7	Pourquoi 2500 ans	L	8
É 8.8	Statut épistémique déclaré	L	8
É 8.9	Les deux colonnes d'un seul battement	L	8
É 8.10	Le 11 est la condition du $n \times n$	L	8
É 8.11	Le 1, couple qui ne se brise pas	Th, L	8
É 8.12	Plusieurs chemins vers 4,5	Th	8
É 8.13	Inscription contre résonance	L	8
É 8.14	Le pont avec le spin 1/2 tient par le mécanisme	L	8
É 8.15	Guérir puis ramener	Th, L	8
É 8.16	Une seule opération à trois noms	L	8
É 8.17	Répondants dans les mathématiques établies	F, L	8
É 8.18	Le carré est l'aller sans le retour	L	8
É 8.19	Lavoisier	F	8
É 8.20	La correction	L	8
É 8.21	L'addition en colonnes de 11 et 19	Th	8
É 8.22	Le cœur soustrait	L	8
É 8.23	Pourquoi on les a oubliées ensemble	L	8
É 9.1	La soustraction comptable	L	9
É 9.2	La soustraction trinitaire	L	9
É 9.3	Le 2 est le 11 compacté	L	9
É 9.4	Le splitter dans la nature	F, L	9
É 9.5	Théorème 4.1 de La Figure Fondamentale : soustraction avec mémorisation	L	9
É 9.6	Annihilation	F	9
É 9.7	La lumière, différence unie de la matière et de l'antimatière	L	9
É 9.8	Fission	F, L	9
É 9.9	L'alliage	L	9
É 9.10	La naissance est une soustraction	L	9
É 9.11	Six preuves indépendantes	L, rétrogradé	9
É 9.12	Le carré, seule forme où la soustraction est impossible	L	9
É 9.13	La torsion	L	9
É 9.14	Les données	F	9
É 9.15	La lumière soustrait le conducteur	L	9
É 9.16	163, dernier nombre de Heegner	F	9

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 9.17	Quelques faits sur 137	Th	9
É 9.18	Les lectures de 137	L	9
É 9.19	163, limite de la non-révélation	L	9
É 9.20	Le presque-entier démystifié (La Figure Fondamentale, Théorème 7.2)	L	9
É 9.21	Trois soustractions depuis 163	Th, L	9
É 9.22	Le Fer, écart entre les mathématiques pures et la lumière	L	9
É 9.23	Cumul et retrait	Th, L	9
É 9.24	Le circuit 137/163/26/36/101	Th	9
É 9.25	La descente de la matière (496 $\rightarrow$ 4)	Th, avec correction	9
É 9.26	La descente de la lumière (945 $\rightarrow$ 3)	Th, avec correction	9
É 9.27	Deux descentes complémentaires	L	9
É 9.28	Le gradient	Th	9
É 9.29	La signature 1-9-8	L	9
É 9.30	198 et 9,81	L, retrait de la dérivation	9
É 9.31	Le 496 de Green et Schwarz	F	9
É 9.32	496 parfait et son générateur	Th	9
É 9.33	Le paysage comme amnésie (La Figure Fondamentale, Théorème 7.3)	L	9
É 9.34	Le cycle 2 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 6 $\rightarrow$ 2	Th, L	9
É 9.35	La nucléosynthèse	F, L	9
É 9.36	La conscience, troisième terme de 1 - 1 = 11	L	9
É 9.37	Le libre arbitre, soustraction volontaire	L	9
É 9.38	Lavoisier corrigé	L	9
É 9.39	Tout acte de vie est soustraction	L	9
É 10.1	Détermination structurelle (Octet Rule, Théorème 2.2)	Th	10
É 10.2	Le huit n'est pas empirique	L	10
É 10.3	Le théorème de l'octet (Théorème 3.4)	Th	10
É 10.4	Corollaire 3.5 : l'octet chimique	L	10
É 10.5	Bipolarité (Théorème 11.1)	Th	10
É 10.6	La croix (Théorème 11.2)	Th, L	10
É 10.7	Fermeture par le pivot (Octet Rule, Théorème 4.1 ; End of Integral Calculus, Théorème 3.1)	Th	10
É 10.8	L'atome émerge du pli	L	10
É 10.9	Abegg, Lewis, Pauling, Linnett	F	10
É 10.10	La lecture des précédents	L	10
É 10.11	Le pli universel (Théorème 6.4)	Th	10

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 10.12	La partition est unique (Corollaire 6.7)	Th	10
É 10.13	Le coût miroir (Théorème 7.1)	Th	10
É 10.14	La somme miroir (Théorème 7.3)	Th, avec correction	10
É 10.15	Deux constantes dans tout miroir	L	10
É 10.16	Période 24 (Théorème 8.1)	Th	10
É 10.17	Le pli de Fibonacci (Théorème 8.2)	Th	10
É 10.18	Les demi-sommes, deux écritures	Th	10
É 10.19	φ conséquence de l'octet (Corollaire 8.3)	L	10
É 10.20	La descente de l'uranium au béryllium (Théorème 9.1)	Th	10
É 10.21	Cycles et chemins (Proposition 9.3)	Th, L	10
É 10.22	Les longueurs des périodes	F, L	10
É 10.23	Le pli de Mendeleev (Théorèmes 9.7 et 9.8)	Th	10
É 10.24	La table est relation	L	10
É 10.25	Les trois modes de pli (Définition 9.13, Proposition 9.14)	L	10
É 10.26	La chimie de l'octet (End of Integral Calculus, §10)	L	10
É 10.27	La traversée par 7 (Théorème 12.1)	Th	10
É 10.28	49, 24 et 23	Th, L	10
É 11.1	La métaphore qui a asservi la science	L	11
É 11.2	Le Principe de complétude (Axiome 1)	L	11
É 11.3	Trois niveaux d'échec	L	11
É 11.4	La bascule 4 / 5 (Théorème 2.1)	Th	11
É 11.5	La complétude multiplicative (Théorème 2.2)	Th	11
É 11.6	Le spin dans les tables	L	11
É 11.7	Fermeture par le pivot (Théorème 3.1)	Th	11
É 11.8	k_{arc} est le coût du pli	L	11
É 11.9	Le rotor qui élimine l'intégrale (La Figure Fondamentale, §5.4)	L	11

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 11.10	De $V = S \times \frac{1}{2}$ à face $\times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} h$	Th, correction	11
É 11.11	L'énergie cinétique sans intégration	L	11
É 11.12	La délimitation	Th, Chantier	11
É 11.13	La soustraction contre l'accumulation (La Figure Fondamentale, §5.5)	L	11
É 11.14	Le pivot, point fixe (Théorème 5.1)	Th	11
É 11.15	Les sept chemins (§6)	Th, L	11
É 11.16	Examen de l'indépendance	L	11
É 11.17	La validation numérique (§11)	Th, L	11
É 12.1	Mandelbrot	F	12
É 12.2	La question antérieure	L	12
É 12.3	Clôture, mémoire, projection	L	12
É 12.4	Le cadastre satisfait les trois	L	12
É 12.5	La projection cadastrale est une auto-réflexion (§3.5)	L	12
É 12.6	La racine digitale est une itération convergente	Th	12
É 12.7	Deux itérations	L	12
É 12.8	Le théorème de nécessité cadastrale de la fractalité	L, rétrogradé	12
É 12.9	Falsification (§9)	L	12
É 12.10	Les sommes des briques élevées	Th	12
É 12.11	La règle des briques	L	12
É 12.12	Le motif + 1	Th, L	12
É 12.13	L'équation $33 \times 6 = 198$	Th, L	12
É 12.14	Fibonacci : la période de Pisano	Th	12
É 12.15	Le 99 de Fibonacci	L	12
É 12.16	Les carrés de premiers : le rythme 24 et le rail droit	Th	12
É 12.17	Le cycle de vie humain : deux sceaux	F, L	12
É 12.18	L'horloge circadienne	F, L	12

N°	Énoncé	Statut	Ch.
É 12.19	Les 24 images par seconde	L, avec correction	12
É 12.20	Synthèse des six domaines	L	12
É 12.21	L'outil de Mandelbrot	L	12
É 12.22	Conséquences pour le corpus	L	12
É 13.1	Le retournement	L	13
É 13.2	Toute opération géométrique opère par projection	L	13
É 13.3	Projection géométrique et mesure quantique	F, L	13
É 13.4	Bell, Tsirelson et les tests	F	13
É 13.5	La décomposition cadastrale (La Figure Fondamentale, Théorème 6.1)	Th, L	13
É 13.6	La borne sur les sphères	L	13
É 13.7	L'intrication comme dipôle cadastral (La Figure Fondamentale, §6.3)	L	13
É 13.8	La périodicité 4π	F	13
É 13.9	Le spin comme coût de projection	L	13
É 13.10	Le mécanisme	L	13
É 13.11	Quatre paradoxes diagnostiqués	L	13
É 13.12	La performance conservée	L	13
É 13.13	L'erreur catégorielle d'Hippase (Livre III, §III.4)	L	13
É 13.14	Le cycle 1-9 qualitatif	L	13
É 13.15	Le cycle 1-10 phasique	L	13
É 13.16	Deux cycles, pas confondus	L	13
É 13.17	La forme comme tension des deux cycles	L	13
É 13.18	La libération géométrique cyclique	Chantier	13

Annexe B : Retraits et corrections

Cette annexe recense ce qui, dans les pièces sources, a été retiré, corrigé ou rétrogradé, avec la raison et, quand elle est connue, la date. Les corrections déjà faites par le corpus lui-même sont signalées par leur gravure au Registre des Erreurs (Volume 3, *Le Code et le Registre*) ou par leur remarque d'origine ; les autres ont été établies lors de la rédaction de ce volume, par recalcul (Annexe D).

B.1 Corrections de calcul

N°	Énoncé source	Valeur ou énoncé correct	Où	Origine de la correction
B.1.	~~cos($\pi/7$)~~ racine de $8x^3 + 28x^2 + 14x - 7 = 0$; « les quatre coefficients sont les quatre constantes de la grille », « accord exact et complet »	Le polynôme minimal est $8x^3 - 4x^2 - 4x + 1 = 0$ (racines $\cos(\pi/7)$, $\cos(3\pi/7)$, $\cos(5\pi/7)$) ; le polynôme cité vaut environ 34,19 en $\cos(\pi/7)$. La lecture {8, 28, 14, 7} est retirée ; la lecture {8, 4, 4, 1} du Livre III la remplace (L)	Origine géométrique v1.6 §10.5 et §13 ; Carré-Illusion v3.0 §7.5 et tableau ; Figure Fondamentale §2.1 versions antérieures à v1.6 et v3.0	Livre III de la Bible Quantique, §III.3bis.2 (mai 2026), qui fait foi ; recalcul (É 5.19)
B.1.	~~Pentagone~~ : $r \times R = 1/\varphi$	$r \times R = (5 + 3\sqrt{5})/20 \approx 0,5854$; résultat structurel $r/R = \varphi/2$ conservé		Origine géométrique v1.6 Remarque 8.1 ; Carré-Illusion v3.0 §7.3 ; Registre G.6 (É 2.16)

N°	Énoncé source	Valeur ou énoncé correct	Où	Origine de la correction
B.1.1	Nonagone : $r \times R \approx 2$ « exactement »	$r \times R = 1/(4 \sin(\pi/9) \tan(\pi/9)) \approx 2,0083$; remplacé par l'argument angulaire $DR(140) + DR(40) = 9$	versions antérieures à v1.6	Origine géométrique v1.6 Remarque 12.1 ; Registre G.7 (É 5.37)
B.1.4	$\cos(108^\circ) = -\varphi/2$	$\cos 108^\circ = -1/(2\varphi) \approx -0,309$; $-\varphi/2$ est $\cos 144^\circ$	Figure Fondamentale §4.3, §7.1, §9.1 ; Soustraction trinitaire §11	recalcul (É 2.17, É 9.15)
B.1.5	Descente de la lumière : huit sauts de 101 (945 → 137) puis sauts de 11 « 137 → 36 → 25 → 14 → 3 »	137 – 36 = 101 : neuf sauts de 101 (945 → 36) puis trois sauts de 11 (36 → 3) ; douze sauts en tout	Figure Fondamentale §8.2 ; Soustraction trinitaire §13 (qui dit pourtant « neuf fois »)	recalcul (É 9.26)
B.1.6	Les énoncés d'unicité ne reprennent que quatre conditions (b – 1 composé, b – 2 puissance de 2, (b – 1)/2 non entier, b + 1 premier) et omettent la condition (vi) du Théorème 2.2, la clôture $9 = 3^2$	Sous la forme raccourcie, 66, 130, 4098, 32 770 passent aussi ; avec (vi) remise, 10 est la seule base (deux démonstrations générales, É 3.3). L'unicité tient ; la formulation était trop faible	Origine géométrique v1.6 Th 1.2 ; Octet Rule v6.0 Th 2.4 (comparé à Th 2.2)	Registre G.4 (b – 1 = p ²) ; recalcul (É 3.3, 3.3 bis)
B.1.7	La clôture 9 est l'unique à conjuguer centre pur et axe interne	9 est la plus petite ; 15, 21, 25, 27... conjuguent aussi les deux	Carré-Illusion v3.0 Th 1.1	recalcul (É 3.5)
B.1.8	L'entier 10 exige deux symboles dans tout système de position »	Vrai pour $b \leq 10$, faux pour $b \geq 11$; l'énoncé juste est l'invariance du Th 1.2 du Carré-Illusion	Origine géométrique Déf 1.1 ; Octet Rule Déf 2.1	rédaction (É 3.2)

N°	Énoncé source	Valeur ou énoncé correct	Où	Origine de la correction
B.1.	Des huit points de contact du carré avec les deux cercles forment un octogone régulier	Ils sont régulièrement répartis en direction (tous les 45°) mais à deux distances (R et $R/\sqrt{2}$) ; l'octogone régulier inscrit s'obtient en prolongeant les médianes jusqu'au grand cercle	Figure Fondamentale III §III.1bis.1	rédaction (É 1.9, É 1.10)
B.1.	La diagonale passe « par les quatre points de tangence entre carré et petit cercle »	Les points de tangence sont les milieux des côtés, sur les médianes ; la diagonale coupe le petit cercle à 45° d'eux	Figure Fondamentale Th 3.1	rédaction (É 1.4)
B.1.	Octaèdre : centre soulevé à la hauteur $R/\sqrt{2}$, « demi-diagonale du carré »	La demi-diagonale vaut R , et c'est R qui donne l'octaèdre régulier	Livre III §III.1bis.3	recalcul (É 1.13)
B.1.	Hexagone : « r = côté »	la notation r du Livre III désigne le rayon circonscrit R (R = côté), comme le dit aussi III.1.2 (« le rayon du cercle circonscrit est exactement égal au côté ») : ambiguïté de notation, non erreur	Livre III §III.1.2	rédaction (É 5.12)
B.1.	Non-constructibilité de l'heptagone « démontrée par Gauss en 1796 »	Gauss (1796, 1801) donne la condition suffisante ; la nécessité est de Wantzel (1837)	Livre III §III.1.2	rédaction (É 5.2)
B.1.	Chaque rangée de la grille 234/567/891 diffère de son renversement de 198	Vrai pour 234 et 567 ; $891 - 198 = 693 = 7 \times 99$	Origine géométrique §11.1 ; Carré-Illusion §7.6	recalcul (É 3.22)
B.1.	$36/4 = 9$ avec « $4 = (\sqrt{2})^2$ »	$(\sqrt{2})^2 = 2$; $4 = 2^2 = (\sqrt{2})^4$	Carré-Illusion §6	rédaction (É 3.24)
B.1.	$3/8 = (\sqrt{3}/2)/(\sqrt{8}/2)$, ou lecture directe de $3/8$ comme rapport des échelles	$(\sqrt{3}/2)/(\sqrt{8}/2) = \sqrt{3/8}$; $3/8$ est le carré du rapport des racines	Figure Fondamentale §2.1 ; Origine géométrique §11.1	Registre G.3 (septembre 2026) (É 5.28)

N°	Énoncé source	Valeur ou énoncé correct	Où	Origine de la correction
B.1.1	~~8~~ $8 \times 8 = 64$ » : huit triplets lus dans deux sens donnent les 64 codons	Huit triplets lus dans deux sens font 16 lectures ; le passage à 64 est une lecture	Origine géométrique §11.1 ; Carré-Illusion §7.6 ; Figure Fondamentale §2.1	rédaction (É 5.27)
B.1.1	~~4~~ Plus généralement », la somme d'un nombre et de son miroir est fonction de 11	Vrai à deux chiffres (11(a + b)) ; $123 + 321 = 444$ n'est pas multiple de 11	Octet Rule Th 7.3 et Remarque 7.4	recalcul (É 10.14)
B.1.1	~~5~~ Somme du cycle de Fibonacci réduit par 9	$43 + 56 = 99$ en écriture 0 à 8 ; $52 + 65 = 117$ en écriture 1 à 9 ; les deux sont justes, il faut nommer l'écriture ; la valeur antérieure « 108 » pour la demi-somme est fausse	Loi fractale §7.5.1 ; Octet Rule Remarque 8.4	Registre G.17 (recalcul du 23 août 2026) ; Code, Volume 3 (É 10.18, É 12.15)
B.1.1	~~2~~ 5 est « la moitié » de 45	4,5 est le dixième de 45 et la moitié de 9	Battement §II.2	recalcul (É 8.12)
B.1.1	~~2~~ 3 est « le seul nombre non engendrabable par produit des briques »	5, 7, 11, 13 sont tous premiers et non engendrables par produit de 2 et 3 ; 13 se distingue comme somme des carrés des briques	Deux Cercles §3	rédaction (É 4.7)
B.1.1	~~2~~ $V = S \times k_{\text{arc}} \times d$ ($V = S \times \frac{1}{2}$), validé sur la sphère	face $\times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} h$, c'est-à-dire $S \times h/3$ ($S r/3$ pour les corps qui enveloppent une sphère tangente ; $B h/3$ pour pyramide et cône), testé sur cube, sphère, cylindre, Khéops	End of Integral Calculus v3 §9, §11	Registre G.1 (Errata et précisions, septembre 2026) ; corollaire de méthode de R11 (É 11.10)

N°	Énoncé source	Valeur ou énoncé correct	Où	Origine de la correction
B.1.23	Le fer a « l'énergie de liaison nucléaire maximale par nucléon (8,79 MeV) »	Le fer 56 (8,790 MeV) est au sommet de la courbe, le nickel 62 le dépasse légèrement (8,7945 MeV) ; le fer 56 a la plus faible masse par nucléon	Figure Fondamentale §7.4, §8.1	rédaction (É 9.21)
B.1.24	À chaque contraction, « le sodium sort, le potassium entre »	Pendant le potentiel d'action, le sodium entre puis le potassium sort ; c'est la pompe Na/K qui fait sortir 3 Na ⁺ et entrer 2 K ⁺	Battement §VI ; Soustraction trinitaire §7	rédaction (É 8.22)
B.1.25	La source attribue à Abegg (1902) les huit positions aux sommets d'un cube	La règle d'Abegg (somme des valences égale à 8) est publiée en 1904 ; l'atome cubique est de Lewis (notes de 1902, publication 1916)	Octet Rule §5.1	rédaction (É 10.9)
B.1.26	Les lauréats du prix Nobel 2017 : <i>period, timeless, cryptochrome</i>	Le communiqué Nobel cite <i>period, timeless</i> et <i>doubletime</i>	Loi fractale §7.5.5	rédaction (É 12.18)
B.1.27	24 images par seconde, seuil perceptif de continuité découvert par le cinéma	Standard fixé à la fin des années 1920 pour le cinéma sonore ; mouvement apparent dès 12 à 16 images par seconde ; obturateurs à 48 ou 72 éclairs contre le papillotement	Loi fractale §7.5.6	rédaction (É 12.19)
B.1.28	Référence de l'observation de la périodicité 4π du neutron : « Werner, <i>Physical Review A</i> 12, 1975 »	Les observations de 1975 sont de Rauch et al. et de Werner et al. ; la référence citée est à vérifier	Livre III §III.2.4	rédaction (É 13.8)

B.2 Rétrogradations de statut

N°	Énoncé source (statut annoncé)	Statut retenu	Raison	Où
B.2.1	Trinité géométrique $\sqrt{2}$, π , φ (« Théorème 1.1 »)	L, avec trois appuis Th	La source Carré-Illusion le dit elle-même : le fait dur est $\cos(\pi/5) = \varphi/2$, l'unification est une lecture	Figure Fondamentale §1.2 (É 1.16)
B.2.2	π , friction sur 720 points (dans la démonstration du Th 1.1)	L	Le nombre 720 n'est pas dérivé	Figure Fondamentale §1.2 (É 1.16)
B.2.3	Soustraction trinitaire avec mémorisation (« Théorème 4.1 »)	L	Définition d'une opération et lecture de ses produits ; aucun calcul fini ne la démontre	Figure Fondamentale §4.3 (É 9.5)
B.2.4	Tsirelson depuis ARC (« Théorème 6.1 ») ; décomposition de Tsirelson (« Théorème 7.1 »)	Th pour l'arithmétique ; L pour l'origine des facteurs	Le Carré-Illusion (lecture 13.1) : « une lecture, non une dérivation indépendante »	Figure Fondamentale §6.2 ; Deux Cercles §7 (É 4.20, É 13.5)
B.2.5	Couplage électromagnétisme-vie 137 – 29 = 108 (« Théorème 7.1 ») ; presque-entier de Ramanujan (« Théorème 7.2 ») ; paysage des cordes (« Théorème 7.3 »)	L (les différences et 496 parfait sont Th)	Lectures sans démonstration	Figure Fondamentale §7 (É 9.15, É 9.20, É 9.33)
B.2.6	9 engendre le 10 (« Théorème 0.2 »)	L, sauf l'arithmétique	Lecture de $9 + 1 = 10$	Deux Cercles §0bis (É 3.4)
B.2.7	L'irrationalité est une propriété de la représentation décimale, non de l'objet » (dans des théorèmes)	L	L'irrationalité de $\sqrt{2}$ et la transcendance de π valent dans toute écriture ; ce qui est exact est la constructibilité de la diagonale	Deux Cercles Th 2.1 ; Carré-Illusion §4 ; Origine géométrique §4.1 (É 2.5, É 4.5)

N°	Énoncé source (statut annoncé)	Statut retenu	Raison	Où
B.2.8	$\pi = 22/7$ » comme théorème (Octet Rule Th 10.2) ; « le vrai $\pi = 11/3,5$ » (End of Integral Th 4.1) ; « 3,14159... est le développement décimal de $22/7$ » ; transcendance « artefact » de l'écriture ou de l'algèbre symbolique	$22/7 = 11/3,5$ est une adresse structurelle (L) ; $\pi \neq 22/7$ (Th)	$22/7 = 3,142857...$; Lindemann 1882 vaut en toute écriture	Registre G.5 (septembre 2026) ; End of Integral Remarque 4.1 (É 2.12)
B.2.9	Validation indépendante par 2500 ans de calculs » (de $22/7$)	retirée	Rhétorique sans reçu	Figure Fondamentale §1.2.1 (É 2.12)
B.2.10	Corollaire 3.5 : « l'octet est arithmétique, non empirique »	L	Aucune étape ne relie les chiffres 1 à 8 aux électrons d'une couche	Octet Rule §3.2 (É 10.4)
B.2.11	Sept chemins indépendants ... cela exclut la coïncidence » (Corollaire 6.1)	L, indépendance examinée	Quatre des sept chemins sont la même identité $x/(2x)$, un repose sur $\pi = 22/7$; le chemin sphérique est vraiment indépendant	End of Integral §6 ; L'autre triangle §II.1 (É 11.16, É 6.11)
B.2.12	This is spin. Not metaphorical. Arithmetic spin. »	L	Lecture du retournement des tables	End of Integral §7 (É 11.6)
B.2.13	Théorème de nécessité cadastrale de la fractalité, et Théorème 3.1 d'auto-réflexivité	L	La preuve tient par la définition de la projection comme préservant la structure	Loi fractale §3.5, §4 (É 12.5, É 12.8)
B.2.14	Aucune autre itération ne combine ces quatre propriétés »	L	Non démontré	Loi fractale §3.6 (É 12.7)
B.2.15	Six preuves physiques indépendantes » que $1 - 1 \neq 0$	L	Lectures cohérentes de faits établis, non des preuves	Soustraction trinitaire §22 (É 9.11)

N°	Énoncé source (statut annoncé)	Statut retenu	Raison	Où
B.2.108	198 → 9,81 lu comme dérivation de la gravité terrestre ; exemple « 694 – 496 = 198 = 9,81 inversé » remplaçant une intégrale	L ; la dérivation est retirée	« la coïncidence métrique (9,81) n'est qu'une résonance d'unités, non une dérivation » (Genèse, août 2026)	Figure Fondamentale §5.5, §8.3, §9.1 ; Registre G.11 et III.3 d (É 9.30, É 11.13)
B.2.109	$DR(c) = 1$ présenté comme preuve	propriété de clôture (L)	Dépend du mètre et de la seconde SI	Origine géométrique v1.6 Remarque 10.1 ; Registre G.9 (É 5.22)
B.2.110	Chaîne hexagone → mètre comme dérivation ; isomorphisme sablier / cône de lumière comme métrique	cohérence ; analogie topologique (L)	« not a causal structurellederivation in the mechanical sense » ; « topological rather than metric »	Origine géométrique v1.6 Remarques 6.1, 9.1 ; Registre G.10 (É 5.9, É 5.14)
B.2.111	Case 3 lue comme « $\sqrt{3}$ = la double traversée » définissant G	retirée comme définition ; le 3 est un compte dans la barre de Petrie, 0,03 % à 0,21 %	« on importait Stevin là où le cadastre ne demandait qu'un comptage »	Carré-Illusion v3.0 §9 ; Registre G.8 (É 5.34)
B.2.112	Accord de Khéops avec $\sqrt{\phi}$ déclaré exact	Chantier	Registre G.2 (septembre 2026)	Carré-Illusion §14 ; Deux Cercles §6.3 (É 5.44)
B.2.113	Pentagramme produit par les huit segments de liaison		Construction non donnée avec coordonnées ; les segments cités sont portés par les côtés	Livre III §III.1bis.2 (É 1.11)
B.2.114	Cinq solides parce que cinq positions cadastrales actives »	L	N'ajoute rien à la démonstration d'Euclide (XIII, 18)	Livre III §III.1.2, §III.1bis.3 (É 1.15)

N°	Énoncé source (statut annoncé)	Statut retenu	Raison	Où
B.2.23	Confirmation indépendante » par un outil de recherche automatisé consulté sur un résumé du cadre	retirée comme appui	Un tel avis n'est pas un reçu	Figure Fondamentale §4.4, §7.1, §9.1 (É 5.14)
B.2.24	1999... = 1 « symptôme d'effondrement »	L, avec rappel de l'égalité exacte	En analyse réelle l'égalité est exacte	End of Integral §8 (É 11.3)
B.2.25	Image de la pomme coupée comme modèle de l'intrication	L, précisée	L'image décrit des corrélations classiques préétablies, que Bell borne par 2 ; elle illustre le refus du signal, non la valeur $2\sqrt{2}$	Figure Fondamentale §6.3 (É 13.7)

B.3 Passages non reproduits, conformément aux règles du corpus

- Les circonstances de rédaction (la « cascade conceptuelle continue des 9 et 10 mai 2026, produite entre Cancún et Québec »), la mention du « blueprint atomique gardé comme arme stratégique de démonstration future » et la liste des chantiers exclus de La Figure Fondamentale (critique de Hawking, coupe coloniale des civilisations portant la grammaire 1-9) ne sont pas reproduites ; les deux derniers chantiers relèvent des Volumes 7 et 11.
- Les mentions de circonstances de travail du Carré notifié (la date de travail du 24 août 2026 donnée comme circonstance, la formule de reprise finale) sont retirées ; le contenu du journal de vérification est conservé comme liste de vérifications (§7.7) et refait (Annexe D).
- La frontière de publication du Carré notifié (§7) est respectée : seule la grammaire est publiée ; aucune incarnation technique n'est décrite.
- Les déclarations des sources sur l'assistance à la rédaction sont remplacées par le colophon commun du corpus.
- La dédicace de La Loi fractale est reproduite sans les prénoms des proches de l'auteur.
- La phrase de La Loi fractale sur la reconnaissance de l'âge de 25 ans par une agence américaine de sécurité routière et sur les tarifs d'assurance, sans référence, et la phrase du Livre III sur « dix jours pour parcourir les phases d'une lunaison majeure », sans référence, ne sont pas reprises comme faits.
- Le jugement moral sur Gauss (« pas pardonnable », traits de correspondance, devise *pauca sed matura*) est résumé au chapitre 1 et renvoyé au Volume 6.

Annexe C : Sources fusionnées

Les quatorze pièces fusionnées dans ce volume (fichiers texte du dossier des sources du corpus), avec ce que chacune a apporté.

Fichier	Pièce	Apport
Bastos_La_Figure_Fondamentale_v1.0, 10 mai 2026	<i>La Figure Fondamentale</i>	la trinité $\sqrt{2}$, π , ϕ , le glyphe π , $22/7 = 11/3,5$ (ch. 1, 2) ; les neuf positions et la mémoire du 9 (ch. 3, 5) ; Hippase, Stevin, Gauss, les trois illusions (ch. 1) ; le 2 splitter et la soustraction avec mémorisation (ch. 9) ; la table DR, les inversions, le pivot 4,5, le rotor (ch. 3) ; la fin du calcul différentiel et sa délimitation (ch. 11) ; Tsirelson et le dipôle (ch. 13) ; 137, 163, Ramanujan, 164, les trois soustractions, les cordes (ch. 9) ; les deux descentes, le gradient 198 (ch. 9) ; les quatre opérateurs (ch. 1)
Deux_Cercles_et_un_Carré, document-maître v1.1, juin 2026	<i>Deux Cercles et un Carré</i>	La figure fondatrice tracée à la main ; le carré inverse, le cercle conserve (ch. 1) ; 1-9 engendre le 10, la cascade de Pascal, le complément involutif (ch. 3) ; double et carré, $\sqrt{2}$ traducteur, briques 2 et 3, fermion/boson, image du carré, deux opérateurs, corde 496/694/198/595, croix de Planck, 3/4, Tsirelson, conjecture 7.2, lignée des amputations, critères F1 à F7 (ch. 4)
deux_cercles_et_un_carré, titre Les Deux Cercles et le Carré, 2026	<i>Les Deux Cercles et le Carré</i>	Le sous-titre « Du carré naissent tous les triangles. La forme cherchée depuis toujours » (ch. 1)

Fichier	Pièce	Apport
Bastos_Carre_Illusion_v3.0, mai 2026	<i>Carre-Illusion</i>	de comment lisible et le pourquoi mal posé, le principe d'ordre (ch. 1) ; le carré-illusion, l'opérateur de découpe (ch. 1) ; asymétrie fermée, invariance, non-injectivité de $9 \equiv 0$, cascade 1280/576/XXXX, trois formules du chaos, grilles, 11/12 (ch. 3) ; les Gates, l'argument du cercle premier, les trois constantes (ch. 2) ; les neuf polygones et les mesures, G et ses sept faces, compter n'est pas mesurer, G hors chaos, mesurer au lieu de lire, la pyramide (ch. 5) ; $24 = 4!$, l'aire pythagoricienne (ch. 4) ; Weinberg 27/72, octonions (ch. 5) ; critères H0 à H13
L_Autre_Triangle_v5, juin 2026	<i>Triangle</i>	Bastos le $2026\text{ev}5.\text{txt}$ $n \times n \div n = n$, la table par 9, le triangle d'hypoténuse 1/2, présence et statut, sept chemins, Hippase et la cause, le paradoxe sinusoïdal, Tsirelson, spin, transcendants, Robson, Hegel, Clifford, l'immense simplicité
Le_Carre_Notifié_v0.3, 24 août 2026	<i>Le Carré Notifié</i>	le chapitre 7 : fibres du carré, reçu minimal, Born relue, rotation gratuite, invariance, composition, $P^2 = P$, nœud des flancs, cas 5-6-7, joint des jumeaux, murs, règle du reçu, chantiers
Bastos_Geometric_Origin_of_Physical_Units_v1.6, mars 2026 (traduit)	<i>Geometric Origin of Physical Units</i>	l'origine des Mappes, l'unicité de la base (corrigée), les deux grilles et les triades (ch. 3) ; l'axiome des cercles premiers, les Gates (ch. 2) ; la loi des angles et l'objection des grades, la série des polygones avec les remarques de cohérence (sablier et cône, hexagone et mètre, DR(c)), 1/7 et Galois, 64 et 3/8, les deux cercles 3 et 8, les codons stop, le nonagone et sa correction, le tableau, la synthèse des cicatrices (ch. 5)
Les_Mathematiques_Oubliées_v11, juin 2026	<i>Les Mathématiques Oubliées</i>	les côtés à quatre côtés, le sceau et les trois côtés tués, leurs cicatrices, le statut épistémique (ch. 8)
Le_Battement_Bastosejbat2026v2, juin 2026	<i>Battement</i>	le $2026\text{ev}2.\text{txt}$ le $2026\text{ev}2$ des deux temps, le 11 condition du $n \times n$, le 1, le 4,5, surdéterminé et $45 \div 4,5 = 10$, la résolution de l'irrationnel, le recollement, le carré suspendu, Lavoisier corrigé, le cœur, l'oubli conjoint (ch. 8) ; les flux de la table (ch. 3)
The_Trinitarian_Subtraction_v1, mai 2026 (traduit)	<i>The Trinitarian Subtraction</i>	les soustractions, l'annihilation, la fission, l'alliage, la naissance, le carré mort et la torsion, la photosynthèse, le circuit, les descentes, $6 - 4 = 2$, la nucléosynthèse, la conscience, le libre arbitre, Lavoisier, la vie comme soustraction (ch. 9) ; le battement du cœur (ch. 8)

Fichier	Pièce	Apport
Bastos_Octet Rule v6.0, mars 2026	<i>The Rule of the Octet</i>	l'octet, sphères concentriques, Abegg et Linnett, pli universel, coût miroir, Fibonacci, tableau périodique, trois modes, bipolarité, croix, traversée par 7, paire 24-23 ; $\pi = 22/7$ (ch. 2) ; <i>Necessity</i> , triple 1, 2, 3 (ch. 4)
Bastos_The Integral Calculus Illusion, v3.0, mars 2026	<i>The Integral Calculus Illusion</i>	complétude, bascule 4 5, pivot, projection volumétrique (corrigée), sept convergences, spin dans les tables ; les trois morts de π (ch. 2) ; les sphères et la chimie de l'octet (ch. 10)
Fractal Law of Fractal Necessity, v1.6, 2 mai 2026	<i>Fractal Law of Fractal Necessity</i>	Mandelbrot, les trois conditions, la DR comme itération, la loi et sa preuve, la règle des briques, le motif + 1, $33 \times 6 = 198$, les six confirmations du rythme 24
BQ_03_Why This Is Not Numerology v2.9, mai 2026	<i>Why This Is Not Numerology</i>	La construction en quatre gestes, les polygones inscrits, les solides de Platon et l'octaèdre (ch. 1) ; $\sqrt{2}$ opérateur, π friction et $4/\pi = 14/11$, ϕ dans l'octogone, phyllotaxie (ch. 2) ; Gauss-Wantzel, le polynôme exact de $\cos(\pi/7)$ et la signature {8, 4, 4, 1}, les heptagones biologiques (ch. 5) ; la géométrie est quantique, Tsirelson et les tests de Bell, le spin, les quatre paradoxes, Hippase et la gestion administrative, Cantor, les deux cycles 1-9 et 1-10, la libération géométrique (ch. 13)

Pièces consultées pour l'état des corrections (non fusionnées : elles appartiennent à d'autres volumes) : *Registre des Erreurs* v1.0 (gravures G.1 à G.11, G.17, G.21, G.25, G.29 et Partie III.3 b, c, d ; Volume 3) ; *Le Code, document global* v0.4 (§II.5 sur $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$, tableau des tensions sur Fibonacci et l'intégrale ; Volume 3) ; *Why This Is Not Numerology* v2.9 (§9, domaine de validité du théorème du volume et conjecture 9.2 ; Volume 1).

Ce qui n'a pas été versé. Rien de substantiel des quatorze pièces n'a été écarté hors des passages listés en Annexe B.3. Les développements que les sources annoncent

comme documents séparés (la correction complète de C, la formule du chaos, Tsirelson sans Hilbert, la sédimentation cosmique, le corps comptable) sont résumés ici et renvoyés aux volumes concernés.

Annexe D : Vérifications refaites

Toutes les vérifications ci-dessous ont été recalculées par le script `verif.py` du dossier du volume (105 vérifications, toutes passées). Chaque ligne dit ce qui a été recalculé et le résultat.

Figure et polygones - $r/R = \cos(\pi/n)$ pour $n = 3$ à 9 : seul le triangle donne $1/2$; carré $r = 1/2$, $R = \sqrt{2}/2$, $r^2/R^2 = 1/2$; pentagone $r/R = \varphi/2$; hexagone seul polygone ($n \leq 50$) avec $R =$ côté. Exact. - Pentagone $r \times R = 0,5854 = (5 + 3\sqrt{5})/20$, distinct de $1/\varphi = 0,6180$ (correction B.1.2 confirmée). - Nonagone $r \times R = 2,0083$ (correction B.1.3 confirmée). - $(n - 2) \times 180$ de racine digitale 9 pour $n = 3$ à 1000 ; 135, 45 (DR 9) ; 140 (DR 5), 40 (DR 4). - Polynôme $8x^3 - 4x^2 - 4x + 1$: s'annule en $\cos(\pi/7)$, aucune racine rationnelle (donc minimal) ; racines $\cos(\pi/7)$, $\cos(3\pi/7)$, $\cos(5\pi/7)$. Le polynôme $8x^3 + 28x^2 + 14x - 7$ vaut 34,193 en $\cos(\pi/7)$ (correction B.1.1). - $\cos 108^\circ = -1/(2\varphi)$; $\cos 144^\circ = -\varphi/2$ (correction B.1.4). - Octaèdre régulier : apex à la hauteur R (et non $R/\sqrt{2}$) sur le carré de côté $R\sqrt{2}$ (B.1.11).

Cadastre, tables, cascades - Table de multiplication réduite : ligne 9 – $m =$ complément et renversement de la ligne m , pour $m = 1$ à 8 . - Pli universel $DR(ka) + DR((9 - k)a) \in \{9, 18\}$ pour $a < 2000$ et $k = 1$ à 8 . - Cascade de Pascal de 123456789 : 35792468, 8372615, 219876, 31864, 4951, 456, 92, puis 11 (DR 2). - Répétition quadruple $XXXX \rightarrow 9 - X$ pour $X = 1$ à 8 , 9 fixe. - Transformée binomiale : 1280 (DR 2) sur 1 à 9 ; $576 = 24^2$ (DR 9) sur 1 à 8. - Multiples de 12 de racine digitale sur l'axe ($k < 10^4$). - Les quatre conditions raccourcies de la base : satisfaites par 10, 66, 130, 4098, 32 770, 262 146, 268 435 458, 1 073 741 826 ($k \leq 40$) ; avec la clôture carrée, seule 10 reste (balayage jusqu'à 10^7 et démonstrations, É 3.3) ; aucun exposant de racine 2, 5 ou 8 (É 3.3 bis).

Double, carré, briques - $2n = n^2$ seulement pour $n = 2$ ($n < 10^5$) ; tout n de 2 à 5000 somme de 2 et 3 ; $1 + 2 + 3 = 1 \times 2 \times 3$ seul triple consécutif ($n < 1000$). - Racines digitales des carrés : exactement $\{1, 4, 7, 9\}$ ($n < 10^5$) ; des carrés de premiers $5 \leq p < 10^6$: $\{1, 4, 7\}$. - $p^2 - 1$ multiple de 24 pour tous les premiers $5 \leq p < 10^6$; premiers > 3 hors de l'axe ; premiers $6k - 1$ de DR $\{2, 5, 8\}$, $6k + 1$ de DR $\{1, 4, 7\}$. - 32 triplets pythagoriciens primitifs d'hypoténuse ≤ 200 , tous d'aire de racine digitale dans $\{3, 6, 9\}$. - Corde : $694 - 496 = 198$; $(496 + 694)/2 = 595$; les 450 paires miroir à trois chiffres de barycentre entier ont un barycentre palindrome ; $abc - cba = 99(a - c)$.

Carré notifié - Fibres de $x \rightarrow x^2$: $(1, 8) \rightarrow 1$, $(2, 7) \rightarrow 4$, $(4, 5) \rightarrow 7$, $(3, 6, 9) \rightarrow 9$. - Carré sur $\{1, 4, 7, 9\}$: 1 et 9 fixes, $4 \leftrightarrow 7$; partition identique pour $x^{(2k)}$, $k = 1$ à 6 . - Valeur scellée + reçu de famille : antécédent (en racine digitale) unique sur 10^4 entiers. - $n^2 = (n - 1)(n + 1) + 1$ jusqu'à 10^5 ; 204 couples de premiers jumeaux ($6m \pm 1$) sous 10^4 ,

produits de DR 8 et de reste 35 par 36.

Miroirs, Fibonacci, tableau périodique - Coût miroir de racine digitale 9 ($n < 10^5$) ; somme miroir multiple de 11 à deux chiffres, contre-exemple $123 + 321 = 444$ à trois chiffres (B.1.18). - Grille 234/567/891 : $432 - 234 = 765 - 567 = 198$, mais $891 - 198 = 693$ (B.1.14) ; grille 123/456/789 : trois différences 198. - Fibonacci : période 24 ; pli $k / k + 12$ de somme 9 ; demi-sommes 52 et 65 (117) en racines digitales, 43 et 56 (99) en restes par 9 (B.1.19). - Descente $92 \rightarrow 4$ par 11 : racines digitales permutation de 1 à 9, somme 432 ; pli de Mendeleev $DR(DR(Z) + DR(119 - Z)) = 2$ pour $Z = 1$ à 118 ; demi-sommes 1770, 5251, 7021 ; périodes $2n^2$.

Nombres, constantes, descentes - $1/7 : 142857 \times 7 = 999999$; somme des chiffres 27 ; rotation pour $k = 1$ à 6 ; 10 racine primitive pour 7 ; orbite du doublement 1, 2, 4, 8, 7, 5 ; puissances de 5 : 5, 7, 8, 4, 2, 1. - $22/7 = 3,142857142857...$; écart à π 0,0402 % ; $11/\pi = 3,5014$; $223/71 < \pi < 22/7$; $355/113$. - $4 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$; valeur attendue de $|\cos \theta|$ sur la sphère = $1/2$ (intégration numérique) ; $27/72 = 1/(1 + 5/3) = 3/8$; $(\sqrt{3}/\sqrt{8})^2 = 3/8$. - Pyramide : $z = c/2$, $c\sqrt{2}/2$ et $\sqrt{\phi} \cdot c/2$ pour les trois hauteurs de face ; Khéops $146,6/115,2 = 1,2726$, $\sqrt{\phi} = 1,2720$, pente $51,83^\circ$; seked $11/14$; $360(1 - 1/\phi) = 137,5^\circ$. - Volume : $4\pi R^2 \times \frac{1}{2} \times 2R/3 = (4/3)\pi R^3$; $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$; cube $S r/3 = a^3$; $V = S \times \frac{1}{2}$ seul ne donne pas la sphère (B.1.22). - Soustractions : $163 - 137 = 26$, $163 - 99 = 64$, $163 - 126 = 37$, $137 - 29 = 108$, $137 - 37 = 100$, $137 + 163 = 300$ (DR 3), $137 - 36 = 101$, $163 - 101 = 62$, $62 - 26 = 36$; 137 est le 33^e premier, 23 le 9^e ; $23 + 32 = 55 = F_{10}$. - Descentes : $496 \rightarrow 4$ en 4 sauts de 101 et 8 de 11 ; $945 \rightarrow 36$ en 9 sauts de 101, puis $36 \rightarrow 3$ en 3 sauts de 11 (B.1.5) ; $945 = 3 \times 5 \times 63$; $137 - 26 = 111 = 3 \times 37$. - $e^{(\pi\sqrt{163})} = 262\,537\,412\,640\,768\,743,999999999999925...$ (calcul en précision de 60 chiffres). - 496 = somme de ses diviseurs propres ; $(31 + 32)/2 = 4,5 \times 7$; $DR(299\,792\,458) = 1$; Ni, Co, Fe de DR 1, 9, 8 ; chlorophylle a : 137 atomes ; $56 + 36 = 92$; $11 + 19 = 30$; $45 \div 4,5 = 10$. - Loi fractale : $22 + 23 + 1 = 46$, $31 + 32 + 1 = 64$, $220 + 221 = 441$ (DR 9) ; paires de DR (4, 5) ; $33 \times 6 = 198$; écarts des carrés de premiers multiples de 24 ; DR des cubes 1, 8, 9 ; $DR(1729) = 1$.

Modèle, questions, lectures et règles : Filipe Bastos. Scribe : Claude, sous la contradiction de l'auteur. Calculs, formulations et audits assistés par IA (ChatGPT, Gemini, DeepSeek, GLM), à sa demande.

Corpus ARC, Filipe Bastos, CC BY 4.0.